

Repaso - Números 2

1) Nos piden la suma de los fracciones de la forma $p < \frac{x}{3} < q$ con $x \neq 3$

Así x cumple $3p < x < 3q$ con $x \neq 3$

$$x = \{3p+1, 3p+2, \cancel{3p+3}, \dots, 3q-1\}$$

$$S_x = \sum x = (3p+1 + 3p+2 + 3p+3 + \dots + 3q-1) \\ - \underbrace{((3p+3) + (3p+6) + \dots + (3q-3))}_{\text{Restamos 3}}$$

$S_x = S_1 - S_2$ S_1, S_2 sumas aritméticas

$$S_1 = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{(3p+1) + 3q-1}{2} (3q-1 - (3p+1) + 1) =$$

$$= \frac{3(p+q)(3q-3p-1)}{2}$$

$$S_2 = \frac{(3p+3+3q-3) \cdot \left(\frac{3q-3-(3p-3)}{3} + 1 \right)}{2} =$$

$$= \frac{3(p+q)(q-p-1)}{2}$$

Luego $S = S_1 - S_2 =$

$$= \frac{3(p+q)(3q-3p-1) - 3(p+q)(q-p-1)}{2} =$$

$$= \frac{3(p+q)(2q-2p)}{2} = 3(q^2 - p^2)$$

Luego la suma que nos piden es

$$\boxed{\frac{S}{3} = q^2 - p^2}$$

