

2)

$$A = a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot (a^2 - b^2) \cdot (a^2 - d^2) \cdot (b^2 - c^2) \cdot (b^2 - d^2) \cdot (c^2 - d^2)$$

Se puede reescribir utilizando suma por diferencia

$$A = abcd(a+b)(a+c)(a+d)(b+c)(b+d)(c+d) \cdot (a-b)(a-c)(a-d) \cdot (b-c)(b-d)(c-d)$$

Casos:

① Si a, b, c ó $d = 7 \rightarrow A = 7$

② Si a, b, c y $d \neq 7$

2.1 $\rightarrow a \bmod 7 = b \bmod 7 \rightarrow a - b = 7$

$a \bmod 7 = c \bmod 7 \rightarrow a - c = 7$

$a \bmod 7 = d \bmod 7 \rightarrow a - d = 7$

$b \bmod 7 = c \bmod 7 \rightarrow b - c = 7$

$b \bmod 7 = d \bmod 7 \rightarrow b - d = 7$

$$c \bmod 7 = \overset{0}{d} \bmod 7 \rightarrow c - d = \overset{0}{7}$$

En estos casos por tanto $A \bmod 7 = 0$

$$\rightarrow A = \overset{0}{7}$$

2.2. Todos los restos diferentes:

$$a \bmod 7 = r_a, \quad c \bmod 7 = r_c$$

$$b \bmod 7 = r_b, \quad d \bmod 7 = r_d$$

$$r_a, r_b, r_c, r_d = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Caso 1) $r_a, r_b, r_c, r_d = \{1, 2, 3, 4\}$

$$\text{Como } 4 + 3 = \overset{0}{7} \rightarrow A = \overset{0}{7}$$

$$2) \quad r_c, r_b, r_c, r_d = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$4 + 3 = \overset{0}{7} \rightarrow A = \overset{0}{7}$$

...

Podemos ver todas opciones

2 si suman 7 (nos sólo faltaría 2

$\binom{6}{4} =$
= 15
opciones

$$\left(\begin{array}{ll} * 4+3=7 & \text{w y les opéres} \\ * 5+2=7 & \text{Suman 7) } \end{array} \right.$$

$$* 6+1=7$$

$$A \bmod 7 = 0 \rightarrow A = 7$$