

TRABAJO DE MATEMÁTICAS B 4º ESO

Operaciones con números

1.- Realiza las siguientes operaciones, simplificando el resultado:

$$\text{a) } \frac{2}{3} - 3 \cdot \frac{\frac{1}{2} - 1}{\frac{1}{3}} - (3-4)^2 \cdot \frac{5}{2}$$

$$\text{b) } \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{4}{3} - \left(3 - \frac{3}{2} \right) \right]}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$\text{c) } \frac{\left(1 + \frac{1}{5} \right)^2 - \left(\frac{2}{4} \right)^0}{\left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot 3}$$

$$\text{d) } \frac{\left(\frac{1}{2} - 3 \right)^2 - 3}{\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot 2} : \frac{9}{6} \cdot \frac{6}{9} =$$

$$\text{e) } 1 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} + 3 \right] - \frac{1}{6} : \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \right) \quad \text{f) } 1 + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3} \right)^{-1} - 3 \right] : \left[\left(1 - \frac{2}{3} \right) + 3^0 \right]$$

Clasificación y ordenación de números

2.- a) Clasifica en su conjunto numérico mínimo:

$$-\sqrt{16} \quad ; \quad -3'21111... \quad ; \quad 3 \cdot 10^{-3} \quad ; \quad \sqrt[3]{64} \quad ; \quad -2'25 \quad ; \quad \frac{4}{3} \quad ; \quad \pi \quad ; \quad \sqrt{15}$$

b) Ordena de menor a mayor los tres primeros, utilizando el símbolo de orden

Operaciones con potencias

3.- Simplifica utilizando las propiedades de las potencias, transformando las potencias de forma que las bases sean números primos. Expresa el resultado con exponentes positivos.

$$\text{a) } \frac{15^5 \cdot 45^{-3}}{75^{-2} \cdot 5^0} \quad \text{b) } \frac{12^{-1} \cdot (3^2)^2 \cdot 4^0}{9^{-2} \cdot 8^5 \cdot 2^{-6}} \quad \text{c) } \frac{32^{-2} \cdot 20^2}{15^3 \cdot 54^{-1}} \quad \text{d) } \frac{10^{-5} \cdot 50}{400 \cdot 20^{-3}}$$

Aproximaciones y errores

4.- Un granjero quiere cercar un terreno circular de 12 m de radio. Si compra 75,5 m de valla, ¿tendrá bastante? Aproxima la cantidad de metros de valla necesaria a las centésimas.

5.- Si se elige 0'16 como aproximación de $\frac{1}{6}$, calcula el error absoluto y relativo cometido al hacer dicha aproximación.

6.- Los lados iguales de un triángulo isósceles miden el doble que la base, cuya longitud es de $\sqrt{3}$ m. Calcula el perímetro del triángulo, su altura y su área. Los resultados deben estar simplificados y expresar el valor exacto.

7.- Calcula, aproximando el resultado a las centésimas: $\frac{8,6^5 - 6\sqrt[3]{\pi^2}}{\sqrt[5]{3\pi} + 7} =$

Intervalos

- 8.- Escribe el menor intervalo cerrado que, conteniendo al número $-\frac{4\pi}{3}$, tiene sus extremos en **Z**. Dibuja el intervalo y expresa su inecuación.

Operaciones con radicales

- 9.- Opera y simplifica:

a) $\sqrt{20} - 2\sqrt{98} + \frac{1}{2}\sqrt{180} - \sqrt{18}$ b) $\frac{1}{5}\sqrt{125} - 3\sqrt{3} + \sqrt{20} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
c) $5\sqrt{45} - \frac{\sqrt{125}}{2} - 3\sqrt{80}$ d) $\sqrt[4]{25} - \sqrt{80} + 3\sqrt[5]{125}$
e) $2\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{147} + 3\sqrt[4]{144}$ f) $2\sqrt{12} - 4\sqrt{50} + \frac{1}{2}\sqrt{147} - 2\sqrt{18} =$

- 10.- Expresa en un único signo radical, sin exponentes negativos ni fraccionarios y extrayendo al máximo:

a) $\frac{(\sqrt{3})^3 \sqrt[3]{\sqrt{3}}}{\sqrt[5]{3^5}} =$ b) $\frac{\sqrt[3]{5^4}}{(\sqrt[6]{5^5})^2 \cdot \sqrt{5}}$ c) $\frac{\sqrt{16} \cdot \sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{2} \cdot (\sqrt[3]{2})^5}{(\sqrt{\sqrt{32}})^3}$
e) $\sqrt[3]{x^5} \sqrt{x^3} =$ f) $\frac{\sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[6]{24}}{\sqrt[5]{18}}$ g) $\frac{\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[5]{36}}{\sqrt[6]{24}}$ h) $\frac{a^2 \sqrt[3]{a}}{\sqrt{a} \sqrt[3]{a^2}} =$
i) $\frac{\sqrt[3]{\frac{2}{7}} \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{-1}}{\left(\sqrt[5]{\frac{2}{7}}\right)^5}$ j) $\frac{\sqrt[3]{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[4]{\frac{5}{3}}}{\sqrt[12]{\frac{3}{5}}}$

- 11.- Racionaliza y simplifica:

a) $\frac{-7}{3+\sqrt{3}}$ b) $\frac{5}{1+\sqrt{2}}$ c) $\frac{3}{2-3\sqrt{5}}$ d) $\frac{6}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$
e) $\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+3} =$ f) $\frac{7}{3-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} =$

- 12.- Calcula:

a) $(\sqrt{5}-3) \cdot (\sqrt{5}+3)$ b) $(3\sqrt{7}-5\sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{7}+3\sqrt{2})$ c) $(\sqrt{2}+1) \cdot \sqrt[3]{24}$

Notación científica

- 13.- El Uranio 238 tarda $1,4 \cdot 10^{17}$ segundos en desintegrarse. ¿Cuántos siglos son esos segundos? Expresa el resultado en notación científica.
- 14.- El valor aproximado de la masa de la Tierra es $5,98 \cdot 10^{24}$ Kg y la masa del Sol $1,98 \cdot 10^{30}$ Kg ¿Cuántas veces es mayor la masa del Sol que la de la Tierra?
- 15.- El cabello humano crece, más o menos, un centímetro en un mes. Calcula la velocidad de crecimiento del cabello humano, expresando el resultado en km/h.

16.- El ser vivo más pequeño es un virus que pesa del orden de 10^{-21} Kg y el más grande es la ballena azul que pesa aproximadamente $1,38 \cdot 10^5$ Kg. ¿Cuántos virus serían necesarios para conseguir el peso de una ballena?

17.- El peso estimado de nuestra galaxia es de $2,2 \cdot 10^{41}$ Kg ; y el peso estimado del Sol es $1,989 \cdot 10^{30}$ Kg. ¿Cuántos soles harían falta para conseguir el peso de nuestra galaxia?

Operaciones con polinomios

18.- Opera y simplifica:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (5x-7)^2 - (5x-7)(-2x^3+7x-5) = & \text{b) } 3x^2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2 \cdot (x^2+x-2) \\ \text{c) } (1-2x) \cdot \left(x^2 + \frac{1}{2}x - 3\right) - (x^3+x^2+2) & \text{d) } \left(-\frac{1}{3} - \frac{2}{5}x\right)^2 \quad \text{e) } \left(\frac{3}{5}x - \frac{1}{2}\right)^2 \\ \text{f) } 2(x^2-3x+1) - (-5x+2) \cdot (-2x^2+5) = & \text{g) } \left(\sqrt{2} + \frac{x}{2}\right) \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right) \\ \text{h) } \left(\frac{x}{2} + \sqrt{2}\right)^2 & \text{i) } \left(\frac{1}{2} - 2x\right)^2 \quad \text{j) } \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}\right) \quad \text{k) } \left(-\frac{1}{2} + 3x\right)^2 \end{array}$$

19.- Calcula $2A(x) - B(x) \cdot C(x)$, siendo $A(x) = 2x^2 - 3x + 1$, $B(x) = -x + 3$ y $C(x) = x^2 - 2$

20.- Efectúa las siguientes divisiones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (x^4 - 5x^3 + 11x^2 - 12x + 6) : (x^2 - x + 2) & \text{b) } (6x^4 - x^3 + 2x^2 + 3x - 14) : (2x^2 - 3x + 7) \\ \text{c) } (x^4 - x^3 + 3x^2 - 2x + 2) : (x^2 + 2) & \text{d) } \left(x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 1\right) : (x^2 - 3x + 2) \end{array}$$

21.- Efectúa las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini:

$$\text{a) } (x^4 - 3x + 1) : (x - 2) \quad \text{b) } (3x^5 + 2x + 1) : (x + 1) \quad \text{c) } (x^3 + x^2 - 2) : \left(x + \frac{1}{2}\right)$$

Teorema del resto

22.- Calcula k para que al dividir $x^4 - 2x^2 + kx + 1$ entre $x + 2$ tenga de resto 10

23.- Halla el valor de “m” para que el polinomio $P(x) = -x^3 + 2mx^2 - 12x + 4$, tenga por resto -13 al dividirlo entre $x + 3$.

24.- Calcula el valor de “m” para que el polinomio $P(x) = -x^2 - (m+1)x + 8$ sea divisible por $x+2$.

25.- Calcula el valor de “m” del polinomio $P(x) = x^4 - 7x^3 - mx + 2$ para que al dividirlo entre $x+2$ tenga de resto -40 .

26.- Calcula el valor de “m” del polinomio $P(x) = x^4 - m x^2 + 3x - 2$ para que sea divisible por $x+2$.

27.- Halla el valor de k para que la división $(2x^3 - kx + 3) : (x + 3)$ sea exacta.

28.- Halla el valor de a para que el polinomio $P(x) = x^3 - 2ax + 8$ sea divisible por $x+2$.

Factorización de polinomios

29.- Factoriza y calcula la raíces del polinomio:

a) $P(x) = x^3 - x^2 - 5x - 3$

b) $P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 13x - 6$

c) $P(x) = -3x^2 + \frac{3}{2}x$

d) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 4$

e) $q(x) = 8x^3 - 16x^2 - 6x + 18$

f) $P(x) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 3x$

g) $P(x) = x^3 - 6x^2 - x + 30$

h) $P(x) = 6x^3 + 5x^2 - 3x - 2$

i) $Q(x) = 2x^4 - 10x^2$

j) $p(x) = 3x^4 - 9x^2$

k) $q(x) = 4x^3 - 6x^2 - 4x + 6$

l) $p(x) = 4x^3 - 16x^2 + 13x - 3$

m) $p(x) = 3x^6 - 48x^2$

n) $P(x) = x^4 - x^3 - x^2 + x$

ñ) $P(x) = 4x^3 + 8x^2 + x - 3$

o) $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$

30.- Calcula en m.c.m. y el M.C.D. de los polinomios:

a) $x^3 - 9x$, $x^2 - 6x + 9$, $x^2 - 3x$

b) $x^3 - 4x$, $x^2 + 4x + 4$, $x^2 + 2x$

Fracciones algebraicas

31.- Opera y simplifica el resultado:

a) $\frac{3x+1}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-3x+2}$

b) $\frac{3-x}{x} + \frac{2x}{x-1} - \frac{x-1}{3x}$

c) $\frac{x-2}{6x+6} - \frac{x+2}{2x+x} + \frac{3-x}{4x+4}$

d) $\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2}$

e) $\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} - \frac{x^2}{1-x^2} + 1$

f) $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{x} - 1\right)$

g) $\left(\frac{1}{x} - x\right) \cdot \left(\frac{1}{x} + x\right) \cdot \left(\frac{1}{1+x} - 1\right)$

$$h) \left(1 + \frac{x}{x-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{1+x}\right) \cdot \left(1 - x^2 - \frac{1-x^2}{x}\right)$$

$$i) \frac{x^2 + 4x + 4}{2x^2 - 8x} : \frac{3x + 6}{-5x}$$

Problemas de ecuaciones y sistemas

- 32.- Dos pares de zapatos y tres pares de deportivas cuestan 170€ Me han hecho un descuento del 25% en los zapatos y del 20% en las deportivas, así que sólo he pagado 132€ por todo. ¿Qué costaba cada par?
- 33.- En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide 2 cm más que el otro y la hipotenusa mide 2 cm más que el cateto mayor. Calcula la longitud de los tres lados del triángulo.
- 34.- En un triángulo isósceles la altura mide 2 cm más que la base. Sabiendo que el área es de 60 cm², halla la medida de los lados.
- 35.- Se tiene un cuadrado cuyo lado es 3 cm mayor que el lado de otro cuadrado. Si entre los dos cuadrados tienen 149 cm² de área, calcula el área de cada uno de ellos.
- 36.- Una persona compra un equipo de música y un ordenador por 2500 € y los vende, después de algún tiempo, por 2157,5 €. Con el equipo de música perdió el 10% de su valor, y con el ordenador, el 15%. ¿Cuánto le costó cada objeto?
- 37.- En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5 ¿cuántos aciertos y cuántos errores he tenido?
- 38.- Tres segmentos miden, respectivamente, 8, 22 y 24 cm. Si a los tres segmentos les añadimos una misma longitud, el triángulo construido con ellos es rectángulo. Hallar dicha longitud.
- 39.- El número de animales de una granja es 9000 entre conejos y gallinas. Tienen sobrepeso 4000 animales, que son el 35 % de los conejos y el 60 % de las gallinas. Calcular el número de conejos y gallinas de la granja.
- 40.- En un triángulo rectángulo el lado mayor es 4 cm más largo que el mediano, el cual, a su vez es 4 cm más largo que el pequeño. Calcula la longitud de sus lados.
- 41.- Marta quiere hacer el marco de un cuadro con un listón de madera de 2 metros sin que sobre ni falte madera. Si el cuadro es rectangular y tiene una superficie de 24 dm², ¿de qué longitud deben ser los trozos que debe cortar?

- 42.- Se quiere aprovechar un antiguo estanque circular de 13 metros de diámetro para convertirlo en una piscina rectangular, de forma que un lado tenga 7 metros más que el otro y que la diagonal del rectángulo coincida con el diámetro del estanque. ¿Cuáles serían las dimensiones de la piscina?

Resolución de ecuaciones

- 43.- Resuelve las ecuaciones siguientes. No olvides señalar al final las soluciones:

a) $2 + \sqrt{3x-6} = x$	b) $9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$	c) $\sqrt{2x+1} + 1 = x$
d) $\sqrt{x^2 - 2x - 1} = 2x - 5$	e) $x(x-3)(x+2) = -6$	f) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$
g) $\frac{(x-9)^2}{14} = \frac{5}{2} + 1$	h) $\sqrt{x+5} + 1 = x$	i) $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$
j) $\frac{(x+2)^2}{4} - 9 = 0$	k) $3x - \sqrt{x-1} = 5$	l) $2x^4 - 5x^2 = 2x^2 + 4$
m) $2 + \sqrt{3x-6} = x$	n) $9x^4 - 6x^2 + 1 = 0$	ñ) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{10}$
o) $\frac{(x+2)^2}{4} - 9 = 0$	p) $2\sqrt{2-x} + x = -1$	q) $\sqrt{x^2 - 2x - 1} = 2x - 5$
r) $\frac{x^2}{4} - 4 = 0$	s) $\sqrt{2x+1} + 1 = x$	t) $2 + \sqrt{3x-6} = x$
u) $x^4 - 7x^2 - 18 = 0$	v) $3 - 12x^2 = 0$	w) $\frac{x^2}{4} - \frac{5x}{6} = \frac{2}{3}$
x) $\left(\frac{2x}{3} + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} = 0$	y) $\sqrt{2x-2} + 3x = 11$	z) $x^5 - 10x^3 + 9x = 0$

- 44.- Resuelve las ecuaciones siguientes. No olvides señalar al final las soluciones:

a) $2\sqrt{x+3} - x = 10 + 3x$	b) $\frac{15-2x}{4} + 3\left(x - \frac{x}{2}\right) = \frac{6x-1}{6}$
c) $\frac{x-2}{2} - \frac{(x-3) \cdot x}{3} = x - \frac{2}{3}$	d) $\frac{x-1}{3} - \frac{2x+3}{2} = \frac{x}{3} - (x+1)$
e) $\frac{3x-5}{x^2-2x+1} - \frac{2-6x}{x^2-1} = \frac{6}{x-1}$	f) $\frac{x-2}{2} - \frac{(x-3) \cdot x}{3} = x - \frac{2}{3}$

$$g) \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2(x+1)}{3}$$

$$h) \frac{2}{x^2-1} - \frac{9}{x+1} = -9$$

$$i) \frac{x^2}{x+1} - \frac{x^3-1}{x^2-1} = -\frac{1}{x-1}$$

$$j) \frac{5x-2}{x} + \frac{6-2x}{x^2-3x} = x+1$$

Sistemas de ecuaciones lineales

45.- Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \left\{ \begin{array}{l} 2(y-1) - \frac{x+1}{3} = -1 \\ \frac{x+y}{3} - \frac{y-x}{2} = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

$$b) \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+3}{3} - \frac{3y+6}{2} = 1 \\ \frac{3x-2}{8} - \frac{2y-1}{4} = 1 \end{array} \right.$$

$$c) \left\{ \begin{array}{l} \frac{3x+6}{2} - \frac{y+3}{3} = -1 \\ \frac{2x-1}{4} - \frac{3y-2}{8} = -1 \end{array} \right.$$

$$d) \left\{ \begin{array}{l} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{array} \right.$$

$$e) \left\{ \begin{array}{l} x + y = 6 \\ x \cdot y = 9 \end{array} \right.$$

$$f) \left\{ \begin{array}{l} 3(x-2)^2 + 4(y-2) + 6 = 0 \\ x + 2y = 3 \end{array} \right.$$

Inecuaciones

46.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) \frac{3(x-1)}{2} - 4x < 1 - \left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$b) x - \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{x+1}{3}$$

47.- Resuelve los siguientes sistemas:

$$a) \left\{ \begin{array}{l} (x+2)^2 - (x-3)^2 \leq 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{x+1}{3} \geq 1 + 6x \end{array} \right.$$

$$b) \left\{ \begin{array}{l} \frac{2x-1}{6} - \frac{x+2}{3} < 5 - \frac{x+3}{2} \\ 3(x-2) - 4x \leq 15 \end{array} \right.$$

$$c) \left\{ \begin{array}{l} 2x - x(x+3) \leq 7 - x^2 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{3x+1}{6} > 1 - \frac{x+1}{3} \end{array} \right.$$

$$d) \left\{ \begin{array}{l} (x-1)^2 - (x+2)^2 \leq 1 \\ \frac{2x-3}{2} - \frac{x+1}{3} > 5 - \frac{x+1}{6} \end{array} \right.$$

48.- Halla la solución gráfica de los siguientes sistemas:

$$a) \left\{ \begin{array}{l} 2x + y > 4 \\ x - 2y < 8 \end{array} \right.$$

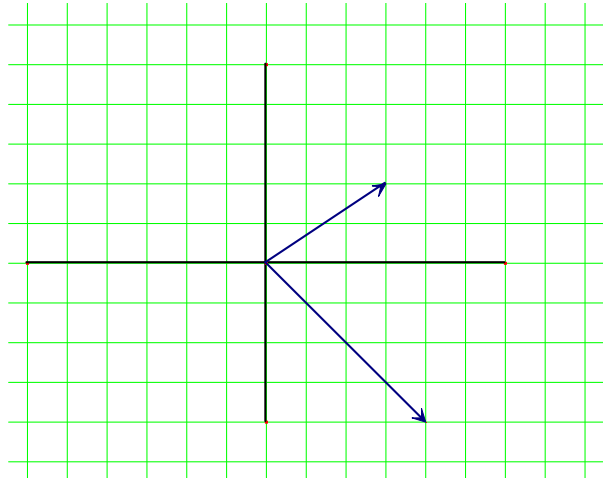
$$b) \left\{ \begin{array}{l} 2x - y > 1 \\ 5x + 10y \leq 30 \end{array} \right.$$

$$c) \left\{ \begin{array}{l} 3x + y \leq 2 \\ 2x - 3y > 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l}
 \text{d) } \left\{ \begin{array}{l} 3x - 2(x - y) < 4 \\ 4x + 3y \leq x \end{array} \right. \quad \text{e) } \left\{ \begin{array}{l} 2x - y \geq 3 \\ 3x + y < 2 \end{array} \right. \quad \text{f) } \left. \begin{array}{l} x + 2y \geq 8 \\ 3x - y - 3 < 0 \end{array} \right\}
 \end{array}$$

Vectores y rectas

49.- Dados los siguientes vectores calcula gráficamente $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $2\vec{a} + \frac{\vec{b}}{2}$



50.- Escribe todas las ecuaciones de la recta que:

a) pasa por el punto A(1,3) y es paralela a la recta: $2x + y - 1 = 0$

b) pasa por el punto B(2,-2) y es perpendicular a la recta que pasa por P(1,0) y Q(-2,-3)

51.- Estudia la posición relativa de las dos rectas siguientes, hallando el punto de intersección si se cortan:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}, \quad s \equiv x + 2 = \frac{y}{3}$$

Parábolas

52.- Representa gráficamente las siguientes parábolas y determina su dominio y recorrido:

a) $y = 5x^2 - 5x - 10$

b) $y = -3x^2 - 3x - 6$

c) $y = -x^2 - 4x + 5$

d) $y = -x^2 + 2x + 8$

e) $y = -x^2 + 6x - 8$

f) $y = -2x^2 - 5x + 3$

Funciones definidas a trozos

53.- Representa las siguientes funciones definidas a trozos y determina su dominio y recorrido:

$$a) f(x) = \begin{cases} -2x^2 - 5x + 3, & \text{si } x < \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}, & \text{si } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

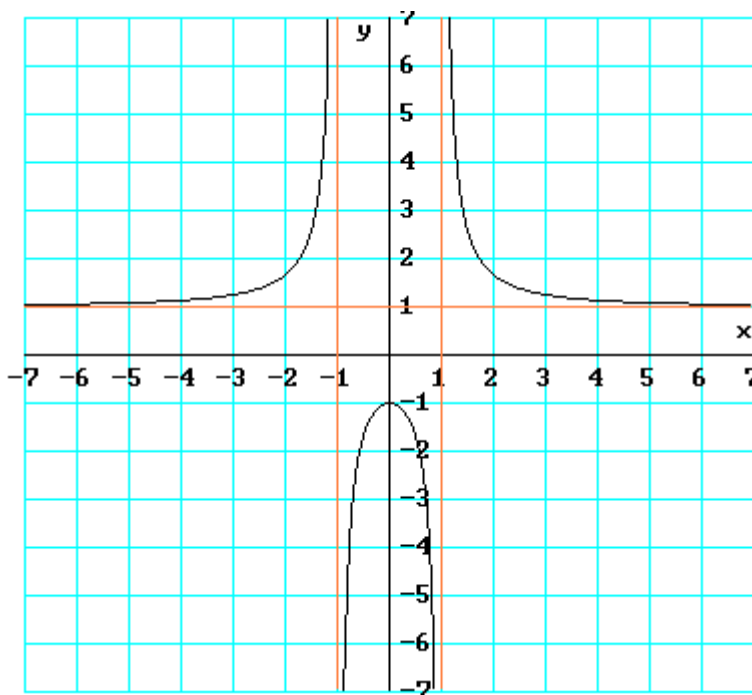
$$b) f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x + 5, & \text{si } x < 1 \\ 2x - 1, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + 6, & \text{si } x \leq 2 \\ -\frac{2}{3}x + \frac{14}{3}, & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + x - \frac{3}{2}, & \text{si } x < 1 \\ -2x^2 + 8x - 6, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

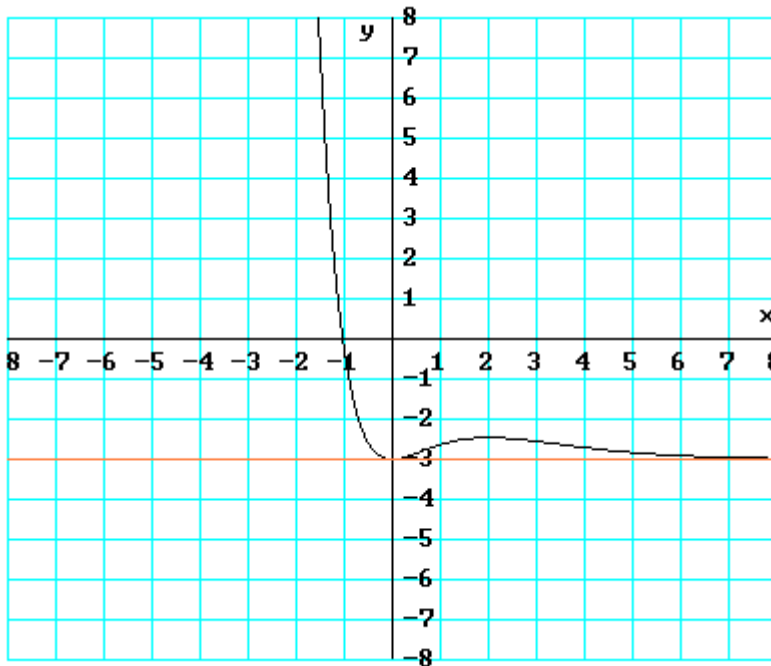
Lectura de gráficas

54.- Indica las propiedades de la siguiente función:



- Dominio
- Recorrido
- Puntos de corte con los ejes
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;
 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$;
 $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$
- Asíntotas verticales y horizontales
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento
- Máximos y mínimos relativos
- Continuidad.
- $f(0)$; $f(2)$; $f(5)$

55.- Indica las propiedades de la siguiente función:

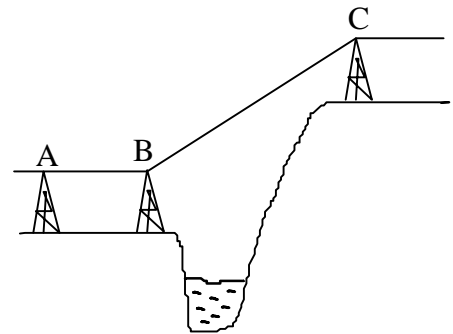


- a) Dominio
- b) Recorrido
- c) Puntos de corte con los ejes
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;
- e) Asíntotas verticales y horizontales
- f) Intervalos de crecimiento y decrecimiento
- g) Máximos y mínimos relativos
- h) Continuidad.
- i) $f(0)$; $f(2)$; $f(-1)$

Trigonometría

- 56.- Calcula el perímetro y el área de un triángulo rectángulo con un ángulo de 34° si la hipotenusa mide 16 cm.
- 57.- Mirando un mapa topográfico averiguamos que las cotas de las cimas de dos montes son de 567 m y 648 m respectivamente. Desde el más bajo de los dos, se ve la cima del otro bajo un ángulo de 12° , ¿cuál es la distancia (en línea recta) que separa las dos cimas? (Sol: 389,59 m)
- 58.- Colocados a cierta distancia del pie de un árbol vertical, se ve bajo un ángulo de 60° . ¿Bajo qué ángulo se verá el árbol si nos colocamos a una distancia triple?.
- 59.- Desde el punto medio de la distancia entre dos torres A y B, se ven los puntos más altos de cada uno, bajo ángulos de 30° y 60° respectivamente. Si A tiene una altura de 40 m, halla la altura de B y la distancia entre ambas torres. (Solución: 120 m; 138,56 m)

- 60.- Se quiere montar un tendido eléctrico como el señalado en el dibujo. Necesitamos saber cuántos metros de cable son necesarios para conectar B y C y salvar el barranco. Para ello sólo conocemos la distancia entre las torres A y B, que es de 200 m; con ayuda de un goniómetro, desde el punto A, medimos el ángulo que forma la visual a C con la horizontal: 30° . Repitiendo la medida en B, el ángulo que forma ahora la visual a C con la horizontal es de 60° . ¿Cuántos metros de cable se necesitan para unir B y C? (Solución: 200 m)



- 61.- La chimenea de una fábrica mide 10 m y está situada sobre el tejado del edificio. Nos situamos frente a éste, a una cierta distancia. Desde ahí, se observa la base de la chimenea bajo un ángulo de 53° y su extremo superior bajo un ángulo de 63° . ¿A qué distancia estamos del edificio? ¿Cuál es su altura total?
- 62.- Determina la altura de un árbol si desde un punto situado a una cierta distancia de su base se observa su copa con un ángulo de 65° , y si nos alejamos 100 metros se ve la copa con un ángulo de 54°
- 63.- Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura. Calcula:

- La altura de la antena
- La longitud de los cables
- El valor del ángulo \hat{B}

