

EXAMEN DE PRUEBA TEMAS 3 Y 4

1. Decir el polinomio que cumple las siguientes propiedades

a) El polinomio $p(x)$ cumple:

- (i) Solo tiene dos raíces:
 - El -1 es una raíz simple (multiplicidad 1)
 - El 2 es una raíz doble (multiplicidad 2)
- (ii) Es de grado 3
- (iii) El coeficiente de mayor grado es 2

b) El polinomio $q(x)$ cumple.

- (i) Solo tiene dos raíces:
 - El 3 es una raíz simple (multiplicidad 1)
 - El -2 es una raíz simple (multiplicidad 1)
- (ii) Es divisible por x^2+1
- (iii) El coeficiente de mayor grado es 1
- (iv) De todos los posibles es el de menor grado

Soluciones

- 1) $p(x)=2x^3-6x^2+8$, $q(x)=x^4-x^3-5x^2-x-6$
- 2) $p(x)=2x^3-6x^2+8$, $q(x)=x^3-7x-6$
- 3) $p(x)=2x^3+6x^2-8$, $q(x)=x^4-x^3-5x^2-x-6$
- 4) $p(x)=2x^3+6x^2-8$, $q(x)=x^3-7x-6$

2. Decir el valor de a para que $x^3+3x^2+3ax+1$ sea divisible por $(x+1)$

Soluciones

- 1) $a=1$ y $a=-1$
- 2) $a=1$
- 3) $a=-1$
- 4) Para todo $a \in \mathbb{R}$

3. Hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de $p(x)=x^2-2x+1$ y $q(x)=x^2-1$

Soluciones

- 1) $\text{mcd}(p(x),q(x))=(x-1)^2$, $\text{mcm}(p(x),q(x))=(x^2-1)(x-1)$
- 2) $\text{mcd}(p(x),q(x))=(x-1)^2$, $\text{mcm}(p(x),q(x))=(x-1)(x-1)$
- 3) $\text{mcd}(p(x),q(x))=(x-1)$, $\text{mcm}(p(x),q(x))=(x^2-1)(x-1)$
- 4) $\text{mcd}(p(x),q(x))=(x-1)$, $\text{mcm}(p(x),q(x))=(x-1)(x-1)$

4. Opera y simplifica

$$\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x-2} : x+3$$

Soluciones

- 1) $\frac{x^2+3x+2}{x^2+x-6}$
- 2) $\frac{x^2+3x+4}{x^2+x-6}$
- 3) $\frac{x^2+5x+2}{(x+2)(x-3)}$
- 4) $\frac{x^2+5x+4}{(x-2)(x+3)}$

5. Obtener los valores de x que cumplen la siguiente desigualdad:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x + 2} \leq 0$$

Soluciones

- a) [-1,2]
- b) (-1,2)
- c) (-1,2]
- d) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

6. Decir si son compatibles determinados, compatibles indeterminados o incompatibles

a) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

Soluciones

- a) (a) Incompatible, (b) Compatible determinado, (c) Compatible indeterminado
- b) (a) Compatible determinado, (b) Compatible indeterminado, (c) Incompatible
- c) (a) Compatible determinado, (b) Incompatible, (c) Compatible indeterminado
- d) (a) Incompatible, (b) Compatible indeterminado, (c) Compatible determinado

7. Resolver el siguiente sistema.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 2x \end{cases}$$

Soluciones:

- a) Sin soluciones
- b) $(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{4}{\sqrt{5}}), (\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-4}{\sqrt{5}})$
- c) (1,2), (-1,-2)
- d) $(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{4}{\sqrt{3}}), (\frac{-2}{\sqrt{3}}, \frac{-4}{\sqrt{3}})$

8. Representa los valores de (x,y) que cumplen

$$\begin{cases} y - x \leq 0 \\ y + x > 0 \\ x \leq 5 \end{cases}$$