Examen 4º E.S.O. Temas 1 y 2 (26-10-2018)

Nombre:

Resolver los siguientes problemas. **Cada problema** tiene el valor que se indica, se valorará no sólo el resultado sino también el ***desarrollo del problema*** y el ***uso correcto de la notación matemática***

Ejercicio 1. De los siguientes números di cuales son naturales, enteros, racionales, irracionales y reales. Represéntalos (de forma exacta, no aproximado) en la recta real. **(1 pto)**

a) $4,\widehat{9}$ b) $-1,\widehat{3}$ c) $\dfrac{-21}{-3}$ d) $\sqrt{8}$

<u>Solución</u>:

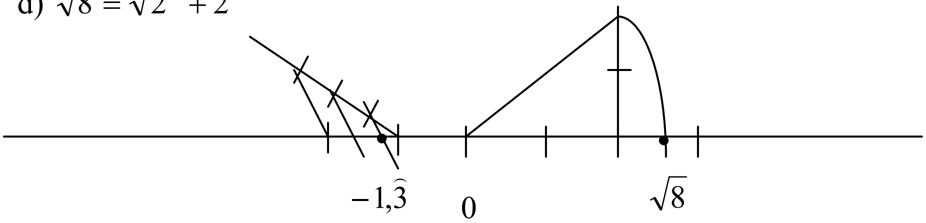
a) $4,\widehat{9}=5\in \mathbb{N},\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{R}$ b) $-1,\widehat{3}\in \mathbb{Q},\mathbb{R}$ c) $\dfrac{-21}{-3}=7\in \mathbb{N},\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{R}$ d) $\sqrt{8}\in I,\mathbb{R}$

b) Se cumple que $x=1,\widehat{3}$ → $10\cdot x=13,\widehat{3}$

$$\begin{array}{r} 10\cdot x=13,\widehat{3} \\ -\quad x=1,\widehat{3} \\ \hline 9x=12 \end{array}$$

$9x=12$ → $x=12/9=4/3$. Luego $-1,\widehat{3}=-4/3$

d) $\sqrt{8}=\sqrt{2^2+2^2}$



Ejercicio 2. Calcular los intervalos A que cumpla las siguientes condiciones **(1 pto)**

a) $A\cap[-2,6)=(1,6)$

b) $A\cup[-1,3)=(-\infty,3)$

<u>Solución:</u>

a) A=(1,8) → $(1,8)\cap[-2,6)=(1,6)$

b) A=(-∞,0) → $(-\infty,0)\cup[-1,3)=(-\infty,3)$

Ejercicio 3

a) Realiza las siguientes operaciones y simplifica al máximo posible. Expresa el resultado en forma de raíz y en forma de potencia: **(1,5punto)**

a.1) $\left(\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{8}\right):\sqrt{2}$ a.2) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2$

<u>Solución:</u>

a.1 $\left(\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{8}\right):\sqrt{2}=2^{\frac{1}{3}}\cdot\left(2^3\right)^{\frac{1}{4}}:2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2}}=2^{\frac{7}{12}}=\sqrt[12]{2^7}$

a.2 $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)+\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2=5-2+5+2+2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}=10+2\sqrt{10}=10+2\cdot 10^{1/2}$

b) Simplifica los siguientes radicales **(1.5 puntos)**

b.1) $\dfrac{3^{-1/3}\cdot\sqrt{1/9}\cdot 3^{2}}{\sqrt[3]{3^{-2}}:3^{-2}}$ b.2) $\left(\sqrt[4]{18-\sqrt[3]{-1+\sqrt{81}}}\right)^{-1}$

Solución:

b.1) $\dfrac{3^{-1/3}\cdot\sqrt{1/9}\cdot 3^{2}}{\sqrt[3]{3^{-2}}:3^{-2}}=\dfrac{3^{-1/3}\cdot\frac{1}{3}\cdot 3^{2}}{3^{-2/3}:3^{-2}}=\dfrac{3^{-1/3-1+2}}{3^{-2/3+2}}=\dfrac{3^{2/3}}{3^{4/3}}=3^{2/3-4/3}=3^{-2/3}=\dfrac{1}{\sqrt[3]{2^{2}}}$

b.2)

$$\left(\sqrt[4]{18-\sqrt[3]{-1+\sqrt{81}}}\right)^{-1}=\left(\sqrt[4]{18-\sqrt[3]{-1+9}}\right)^{-1}=\left(\sqrt[4]{18-\sqrt[3]{8}}\right)^{-1}=\left(\sqrt[4]{18-2}\right)^{-1}=\left(\sqrt[4]{16}\right)^{-1}=2^{-1}=\frac{1}{2}$$

c) Racionaliza y simplifica. **(1.5 punto)**

c.1) $\dfrac{4}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$ c.2) $\dfrac{3}{\sqrt[4]{3}}$

Solución:

c.1)

$$\frac{4}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}=\frac{4\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}}}=\frac{4\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2-\sqrt{2}}\cdot\frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2-\sqrt{2}}\,(2+\sqrt{2})}{4-2}=2\sqrt{2-\sqrt{2}}\,(2+\sqrt{2})$$

c.2) $\dfrac{3}{\sqrt[4]{3}}=\dfrac{3\sqrt[4]{3^{3}}}{\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[4]{3^{3}}}=\dfrac{3\sqrt[4]{3^{3}}}{3}=\sqrt[4]{3^{3}}=\sqrt[4]{27}$

d) Realiza las siguientes sumas simplificando el máximo: **(0.75 puntos)**

d.1) $\sqrt[6]{4}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{250}+\frac{2}{5}\sqrt[3]{54}$

Solución:

$$\sqrt[6]{4}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{250}+\frac{2}{5}\sqrt[3]{54}=\sqrt[6]{2^{2}}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{2^{4}}-\sqrt[3]{5^{3}\cdot 2}+\frac{2}{5}\sqrt[3]{2\cdot 3^{3}}=\sqrt[3]{2}-\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}-5\sqrt[3]{2}+\frac{6}{5}\sqrt[3]{2}=\frac{-52}{15}\sqrt{2}$$

Ejercicio 5. Razonar si es cierta o falsa y justifica el resultado de la siguiente afirmación: "si $x\in Z$ entonces x^2 siempre es N" **(0,75 punto)**

Cierto, los números enteros están compuestos por los naturales y los enteros negativos. Si elevamos un natural al cuadrado el resultado es un natural y si elevamos un entero positivo el signo menos se convierte en más y el número por tanto es natural.

Ejercicio 6. Calcular usando la calculadora **(0.5 puntos)**

a) $\sqrt[4]{3^{1/4}}\approx\pm 1{,}07$ b) $\dfrac{1}{2}:\left(-2\cdot\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-2}\right)=-0{,}09$

Ejercicio 7. Calcular el valor de los siguientes valores de x (justifica el resultado): **(0,75 ptos)** a) $x=\log_2 0{,}125$ b) $\log_x 16=4$ c) $\log x=3$

Solución:

a) $2^x=0{,}125=1/8 \rightarrow x=-3$ b) $x^4=16$ $x=\sqrt[4]{16}=2$ c) $x=10^3=1000$

Ejercicio 8. Resolver la siguiente ecuación: $\log_3(x-3)-\log_3(x+3)=-1$ **(0,75 puntos)**
Solución:

$$\log_3\left(\frac{x-3}{x+3}\right)=-1\rightarrow\frac{x-3}{x+3}=3^{-1}\rightarrow\frac{x-3}{x+3}=\frac{1}{3}\rightarrow 3x-9=x+3\rightarrow 2x=12\rightarrow x=6$$

Comprobación: $\log_3(6-3)-\log_3(6+3)=1-2=-1$ Se cumple