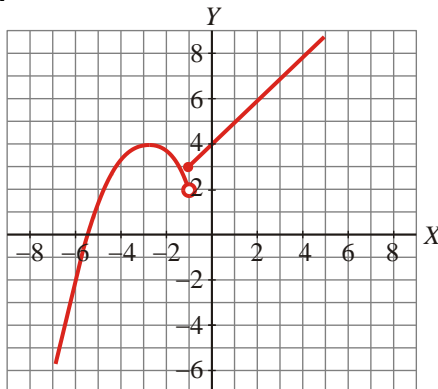


EJERCICIOS DE LÍMITES DE FUNCIONES

Ejercicio nº 1.-

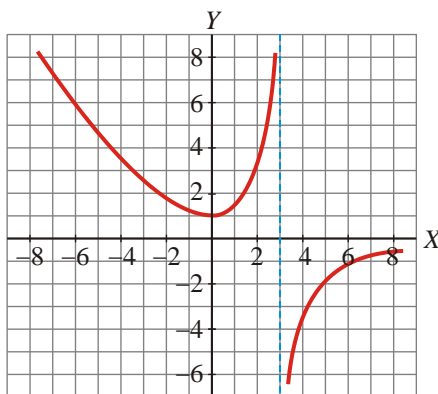
A partir de la gráfica de $f(x)$, calcula:



- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

Ejercicio nº 2.-

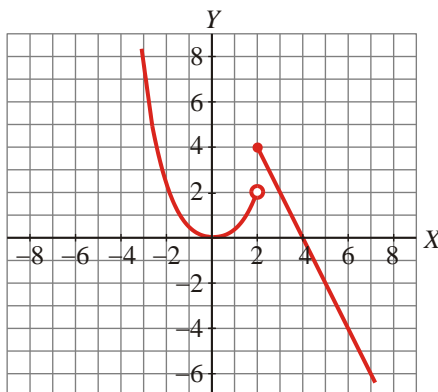
La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$. Sobre ella, calcula los límites:



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Ejercicio nº 3.-

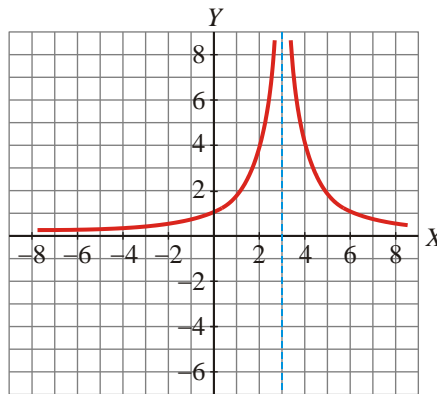
Dada la siguiente gráfica de $f(x)$, calcula los límites que se indican:



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Ejercicio nº 4.-

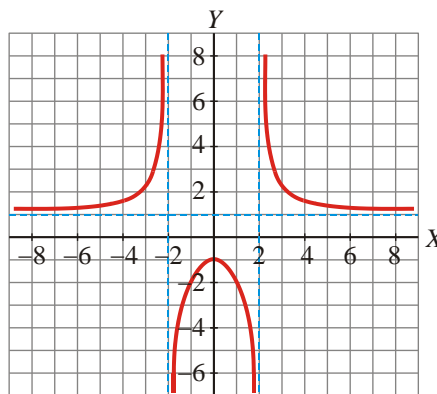
Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica de $f(x)$:



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Ejercicio nº 5.-

Sobre la gráfica de $f(x)$, halla :



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Ejercicio nº 6.-

Representa gráficamente los siguientes resultados:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

Ejercicio nº 7.-

Para la función $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, sabemos que :

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{x-3} = +\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x-3} = -\infty$$

Representa gráficamente estos dos límites.

Ejercicio nº 8.-

Representa gráficamente:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0$

Ejercicio nº 9.-

Representa los siguientes límites:

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$

Ejercicio nº 10.-

Representa en cada caso los siguientes resultados:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$

Ejercicio nº 11.-

Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - x)^2$

b) $\lim_{x \rightarrow 8} (1 + \sqrt{-2x})$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} x$

Ejercicio nº 12.-

Halla los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{x^2+x+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{6-3x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \log x$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} 3^{x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x$

Ejercicio nº 14.-

Calcula el límite de la función $f(x) = -\frac{x^4}{3} + \frac{x}{2}$ en $x = 1$ y en $x = 3$.

Ejercicio nº 15.-

Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4}{x^2 + 2x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 - 9}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x$

Ejercicio nº 16.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 2$:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 1}{(x - 2)^2}$$

Ejercicio nº 17.-

Dada la función $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 5x + 6}$, calcula el límite de $f(x)$ en $x = 2$. Representa la información que obtengas.

Ejercicio nº 18.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función a la izquierda y a la derecha de $x = 3$:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9}$$

Ejercicio nº 19.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 0$:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 1}{x^2 + 2x}$$

Ejercicio nº 20.-

Calcula el límite de la siguiente función en el punto $x = 3$ y estudia su comportamiento por la izquierda y por la derecha:

$$f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

Ejercicio nº 21.-

Calcula el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$ de la siguiente función y representa la información que obtengas:

$$f(x) = \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3}$$

Ejercicio nº 22.-

Halla el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ de las siguientes funciones y representa gráficamente la información que obtengas:

a) $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2} + 1$

b) $f(x) = \frac{-3x^2 + 2x^3}{5}$

Ejercicio nº 23.-

Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x - x^4)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right)$

Ejercicio nº 24.-

Calcula los siguientes límites y representa el resultado que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4} + x \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^4}{4} + x \right)$

Ejercicio nº 25.-

Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados obtenidos:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4 - x)^2$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 - x)^2$

Ejercicio nº 26.-

Calcula y representa gráficamente la información obtenida

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1}$$

Ejercicio nº 27.-

Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

Ejercicio nº 28.-

Resuelve el siguiente límite e interprétalo gráficamente.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6}$$

Ejercicio nº 29.-

Calcula el siguiente límite y representa gráficamente los resultados obtenidos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3}$$

Ejercicio nº 30.-

Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4}$$

Ejercicio nº 31.-

Resuelve los siguientes límites y representa los resultados obtenidos

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

Ejercicio nº 32.-

Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(2-x)^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x^3}{x^2 - 1}$

Ejercicio nº 33.-

Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^4 + 2x}{4 - 3x^4}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1 + x^3}$

Ejercicio nº 34.-

Halla el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$ de la siguiente función, y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{x + 2}{(1 - x)^3}$$

Ejercicio nº 35.-

Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

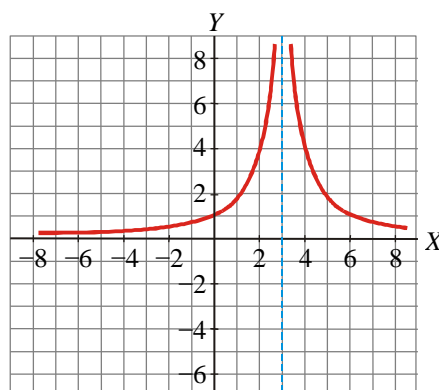
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5 + 3x}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5 + 3x}$

Continuidad

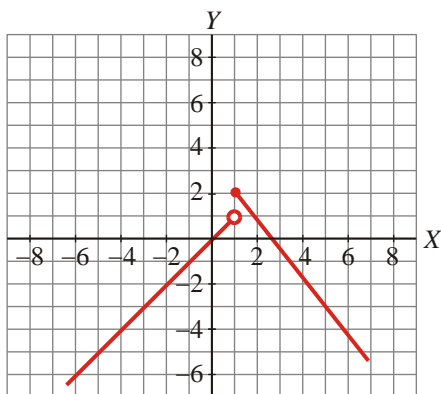
Ejercicio nº 36.-

A partir de la gráfica de $f(x)$ señala si es continua o no en $x = 0$ y en $x = 3$. En el caso de no ser continua, indica la causa de la discontinuidad.



Ejercicio nº 37.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$:

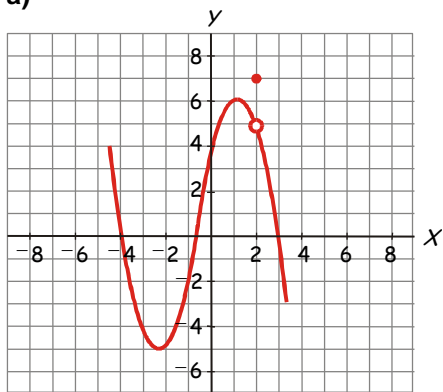


Di si es continua o no en $x=1$ y en $x=2$. Si en alguno de los puntos no es continua, indica cuál es la causa de la discontinuidad.

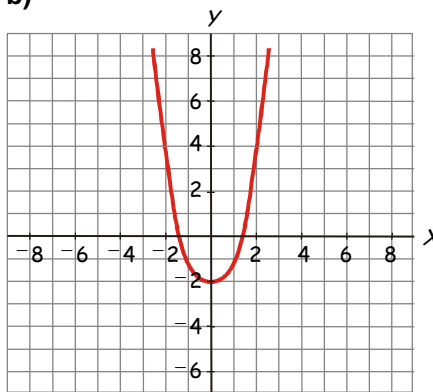
Ejercicio nº 38.-

¿Son continuas las siguientes funciones en $x=2$?

a)



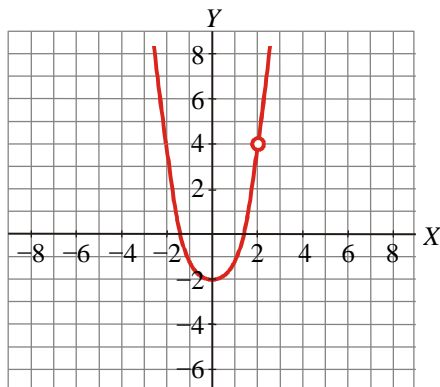
b)



Si alguna de ellas no lo es, indica la razón de la discontinuidad.

Ejercicio nº 39.-

Dada la gráfica de $f(x)$:



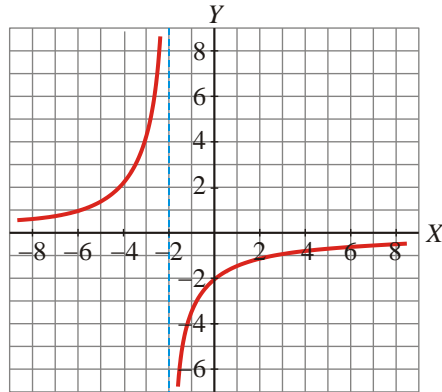
a) ¿Es continua en $x=1$?

b) ¿Y en $x = 2$?

Si no es continua en alguno de los puntos, indica cuál es la razón de la discontinuidad.

Ejercicio nº 40.-

Esta es la gráfica de la función $f(x)$:



a) ¿Es continua en $x = -2$?

b) ¿Y en $x = 0$?

Si no es continua en alguno de los puntos, indica la causa de la discontinuidad.

Ejercicio nº 41.-

Halla el valor de k para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 42.-

Estudia la continuidad de:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 43.-

Comprueba si la siguiente función es continua en $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x-2}{2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Ejercicio nº 44.-

Averigua si la siguiente función es continua en $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq 2 \\ x+2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Ejercicio nº 45.-

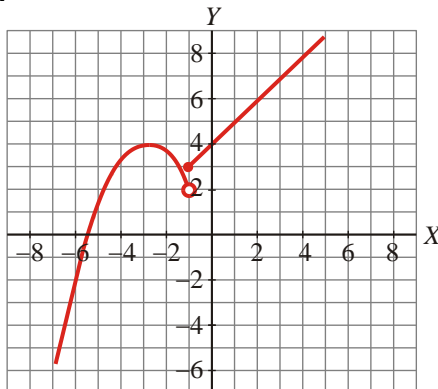
Estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 15 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

SOLUCIONES EJERC. LÍMITES DE FUNCIONES

Ejercicio nº 1.-

A partir de la gráfica de $f(x)$, calcula:



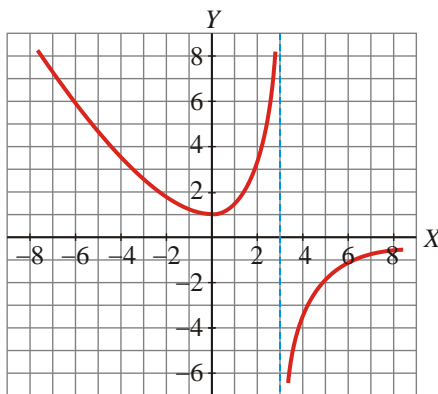
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$ d) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$ e) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$

Ejercicio nº 2.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$. Sobre ella, calcula los límites:



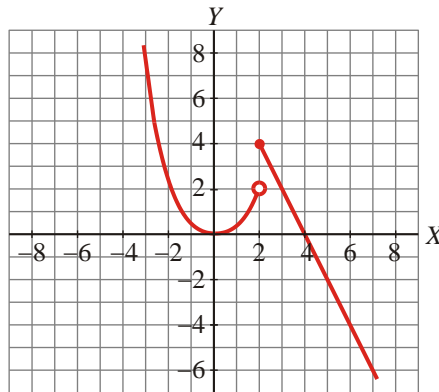
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

Ejercicio nº 3.-

Dada la siguiente gráfica de $f(x)$, calcula los límites que se indican:



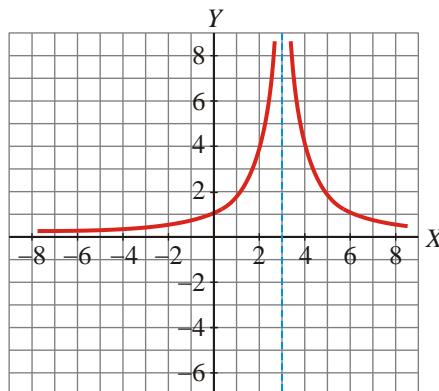
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

Ejercicio nº 4.-

Calcula los siguientes límites a partir de la gráfica de $f(x)$:



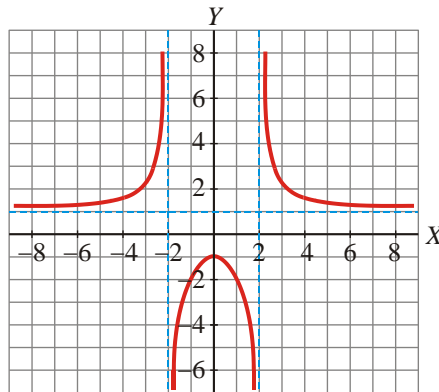
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Solución:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = +\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

Ejercicio nº 5.-

Sobre la gráfica de $f(x)$, halla :



- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Solución:

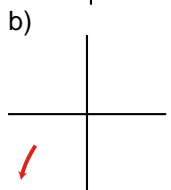
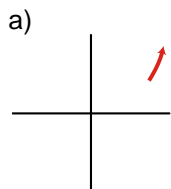
- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$

Ejercicio nº 6.-

Representa gráficamente los siguientes resultados:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$

Solución:



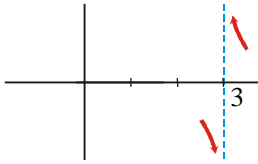
Ejercicio nº 7.-

Para la función $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, sabemos que :

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{x-3} = +\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x-3} = -\infty$$

Representa gráficamente estos dos límites.

Solución:



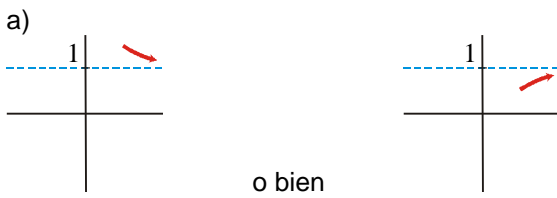
Ejercicio nº 8.-

Representa gráficamente:

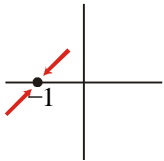
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0$

Solución:



b) Por ejemplo:



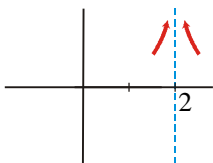
Ejercicio nº 9.-

Representa los siguientes límites:

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$

Solución:



Ejercicio nº 10.-

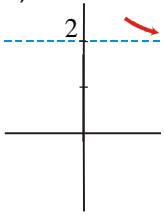
Representa en cada caso los siguientes resultados:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$

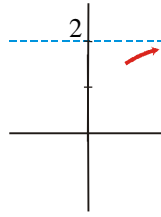
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$

Solución:

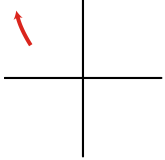
a)



o bien



b)



Ejercicio nº 11.-

Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - x)^2$

b) $\lim_{x \rightarrow -8} (1 + \sqrt{-2x})$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{sen } x$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (3 - x)^2 = 5^2 = 25$

b) $\lim_{x \rightarrow -8} (1 + \sqrt{-2x}) = 1 + \sqrt{16} = 1 + 4 = 5$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \text{sen } x = \text{sen } \frac{\pi}{2} = 1$

Ejercicio nº 12.-

Halla los límites siguientes:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3}{x^2 + x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{6 - 3x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \log x$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3}{x^2 + x + 1} = \frac{-1}{4 + 2 + 1} = \frac{-1}{7}$

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{6 - 3x} = \sqrt{6 + 3} = \sqrt{9} = 3$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \log x = \log 1 = 0$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} 3^{x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(-\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} \right) = -2 + 2 = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow -2} 3^{x+1} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1$

Ejercicio nº 14.-

Calcula el límite de la función $f(x) = -\frac{x^4}{3} + \frac{x}{2}$ en $x=1$ y en $x=3$.

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(-\frac{x^4}{3} + \frac{x}{2} \right) = \frac{-1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(-\frac{x^4}{3} + \frac{x}{2} \right) = -27 + \frac{3}{2} = -\frac{51}{2}$$

Ejercicio nº 15.-

Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4}{x^2 + 2x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 - 9}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4}{x^2 + 2x + 3} = \frac{4}{9 + 6 + 3} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 - 9} = \sqrt{9 - 9} = \sqrt{0} = 0$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = \cos 0 = 1$

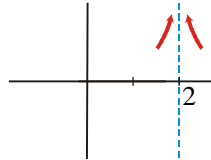
Ejercicio nº 16.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 2$:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{(x-2)^2} = +\infty$$



Ejercicio nº 17.-

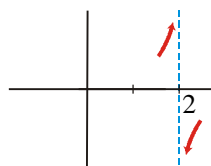
Dada la función $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$, calcula el límite de $f(x)$ en $x = 2$. Representa la información que obtengas.

Solución:

$$\frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x+1}{(x-2)(x-3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{(x-2)(x-3)} = +\infty \qquad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6} = -\infty$$



Ejercicio nº 18.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función a la izquierda y a la derecha de $x = 3$:

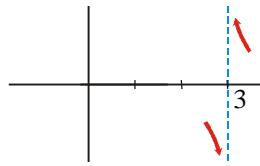
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(x-3)(x+3)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x^2 - 9} = -\infty \qquad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x^2 - 9} = +\infty$$



Ejercicio nº 19.-

Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de $x = 0$:

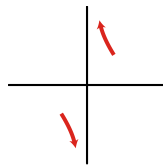
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 1}{x^2 + 2x}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 1}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + 1}{x(x + 2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x + 1}{x^2 + 2x} = -\infty \qquad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x + 1}{x^2 + 2x} = +\infty$$



Ejercicio nº 20.-

Calcula el límite de la siguiente función en el punto $x = 3$ y estudia su comportamiento por la izquierda y por la derecha:

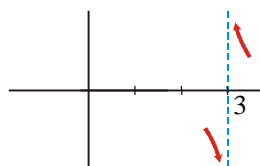
$$f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

Solución:

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x - 3} = -\infty \qquad \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x - 3} = +\infty$$



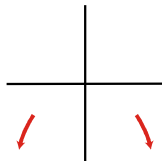
Ejercicio nº 21.-

Calcula el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$ de la siguiente función y representa la información que obtengas:

$$f(x) = \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3} = -\infty \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 2x^2 + 4x}{3} = -\infty$$



Ejercicio nº 22.-

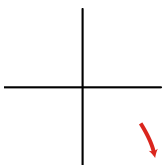
Halla el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ de las siguientes funciones y representa gráficamente la información que obtengas:

a) $f(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2} + 1$

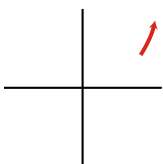
b) $f(x) = \frac{-3x^2 + 2x^3}{5}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{2} - \frac{x^3}{2} + 1 \right) = -\infty$



b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2 + 2x^3}{5} = +\infty$



Ejercicio nº 23.-

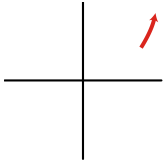
Calcula los siguientes límites y representa la información que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x - x^4)$

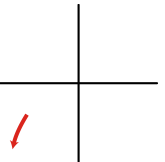
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right)$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x - x^4) = -\infty$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) = -\infty$



Ejercicio nº 24.-

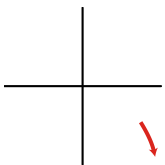
Calcula los siguientes límites y representa el resultado que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4} + x \right)$

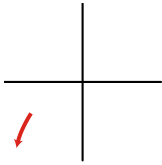
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^4}{4} + x \right)$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4} + x \right) = -\infty$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x}{3} - \frac{x^4}{4} + x \right) = -\infty$



Ejercicio nº 25.-

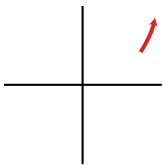
Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados obtenidos:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4 - x)^2$

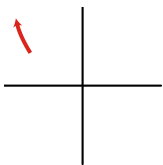
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 - x)^2$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4 - x)^2 = +\infty$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4 - x)^2 = +\infty$



Ejercicio nº 26.-

Calcula y representa gráficamente la información obtenida

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1}$$

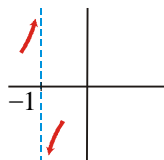
Solución:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-4}{x+1}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-4}{x+1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-4}{x+1} = -\infty$$



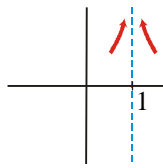
Ejercicio nº 27.-

Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)^3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+5)}{(x-1)^2} = +\infty$$



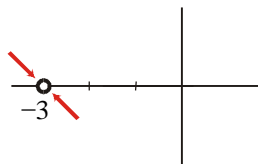
Ejercicio nº 28.-

Resuelve el siguiente límite e interprétalo gráficamente.

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 12x + 18}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)^2}{(x+3)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)}{(x-2)} = 0$$



Ejercicio nº 29.-

Calcula el siguiente límite y representa gráficamente los resultados obtenidos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3}$$

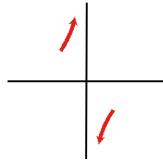
Solución:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x^4 - 2x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{x^3(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x(x-2)}$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{x(x-2)} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x(x-2)} = -\infty$$



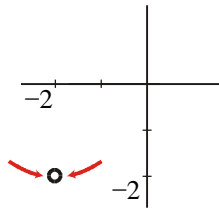
Ejercicio nº 30.-

Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x + 4} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-2)}{2(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$



Ejercicio nº 31.-

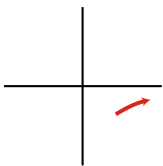
Resuelve los siguientes límites y representa los resultados obtenidos

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3}$

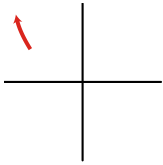
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(1-x)^3} = 0$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2} = +\infty$



Ejercicio nº 32.-

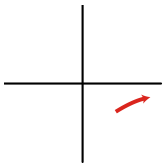
Halla los siguientes límites y representa gráficamente los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(2 - x)^3}$

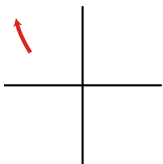
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x^3}{x^2 - 1}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 1}{(2 - x)^3} = 0$



b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x^3}{x^2 - 1} = +\infty$



Ejercicio nº 33.-

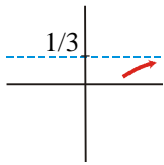
Calcula los siguientes límites y representa los resultados que obtengas:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^4 + 2x}{4 - 3x^4}$

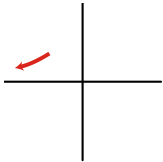
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1 + x^3}$

Solución:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^4 + 2x}{4 - 3x^4} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$



$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1 + x^3} = 0$$



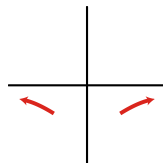
Ejercicio nº 34.-

Halla el límite cuando $x \rightarrow +\infty$ y cuando $x \rightarrow -\infty$ de la siguiente función, y representa los resultados que obtengas:

$$f(x) = \frac{x+2}{(1-x)^3}$$

Solución:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{(1-x)^3} = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{(1-x)^3} = 0$$



Ejercicio nº 35.-

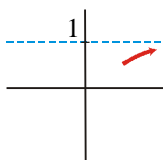
Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5+3x}$$

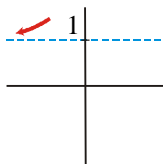
$$b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5+3x}$$

Solución:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{5+3x} = \frac{3}{3} = 1$$



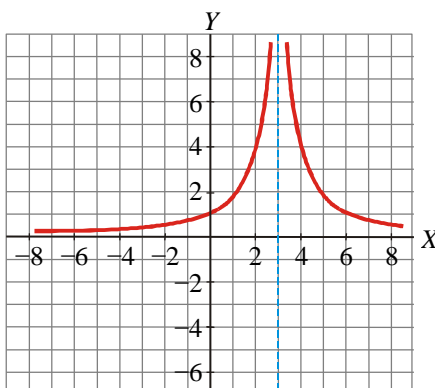
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5 + 3x} = 1$



Continuidad

Ejercicio nº 36.-

A partir de la gráfica de $f(x)$ señala si es continua o no en $x=0$ y en $x=3$. En el caso de no ser continua, indica la causa de la discontinuidad.



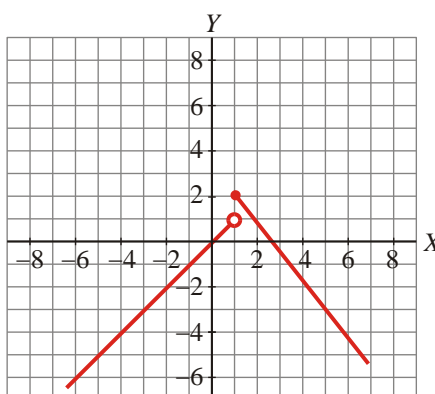
Solución:

En $x=0$, sí es continua.

En $x=3$ es discontinua porque no está definida, ni tiene límite finito. Tiene una rama infinita en ese punto (una asíntota vertical).

Ejercicio nº 37.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $f(x)$:



Di si es continua o no en $x=1$ y en $x=2$. Si en alguno de los puntos no es continua, indica cuál es la causa de la discontinuidad.

Solución:

En $x = 1$ no es continua porque presenta un salto en ese punto. Observamos que

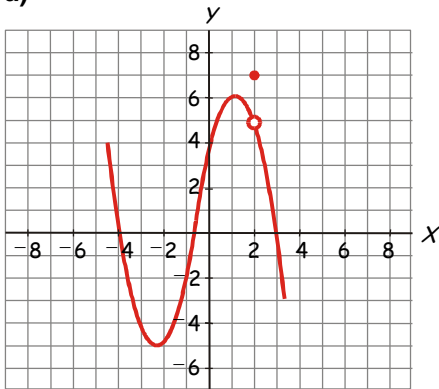
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

En $x = 2$ sí es continua.

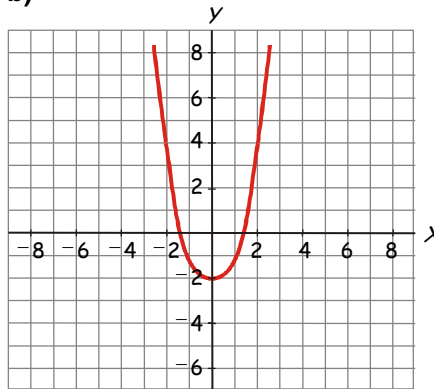
Ejercicio nº 38.-

¿Son continuas las siguientes funciones en $x = 2$?

a)



b)



Si alguna de ellas no lo es, indica la razón de la discontinuidad.

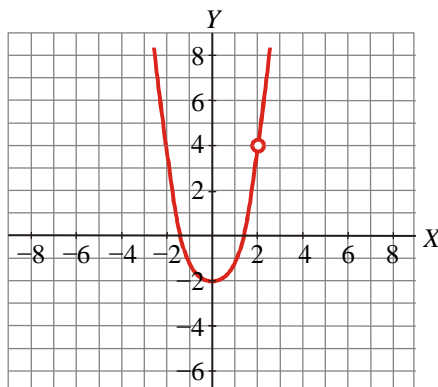
Solución:

a) No es continua en $x = 2$; aunque esté definida en $x = 2$, tiene el punto desplazado. Es una discontinuidad evitable porque existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

b) Sí es continua en $x = 2$.

Ejercicio nº 39.-

Dada la gráfica de $f(x)$:



a) ¿Es continua en $x = 1$?

b) ¿Y en $x = 2$?

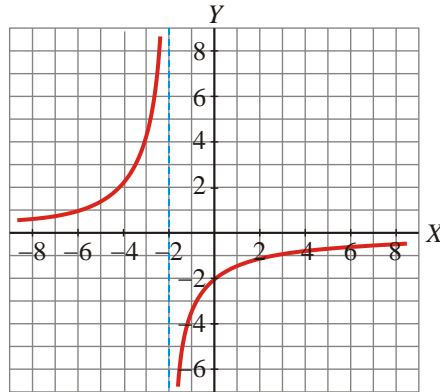
Si no es continua en alguno de los puntos, indica cuál es la razón de la discontinuidad.

Solución:

- a) Sí es continua en $x = -1$.
- b) No, en $x = 2$ es discontinua porque no está definida en ese punto. Como sí tiene límite en ese punto, es una discontinuidad evitable.

Ejercicio nº 40.-

Esta es la gráfica de la función $f(x)$:



- a) ¿Es continua en $x = -2$?
- b) ¿Y en $x = 0$?

Si no es continua en alguno de los puntos, indica la causa de la discontinuidad.

Solución:

- a) No es continua en $x = -2$ porque no está definida, ni tiene límite finito en ese punto. Tiene una rama infinita en ese punto (una asíntota vertical).
- b) Sí es continua en $x = 0$.

Ejercicio nº 41.-

Halla el valor de k para que $f(x)$ sea continua en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ k & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + 1) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= k \\ f(1) &= 3 \end{aligned} \right\}$$

Para que sea continua en $x = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$

Ha de ser $k = 3$.

Ejercicio nº 42.-

Estudia la continuidad de:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{si } x \leq 1 \\ 3x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \neq 1$, la función es continua.

Si $x = 1$:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - 2x) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x - 1) = 2 \end{array} \right\}$$

No es continua en $x = 1$ porque $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. Es decir, no tiene límite en ese punto.

Ejercicio nº 43.-

Comprueba si la siguiente función es continua en $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x-2}{2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x^2 - 1) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x-2}{2} \right) = -1 \\ f(0) = -1 \end{array} \right\} \text{Es continua en } x = 0 \text{ porque } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0).$$

Ejercicio nº 44.-

Averigua si la siguiente función es continua en $x = 2$:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq 2 \\ x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x) = 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4 \\ f(2) = 4 \end{array} \right\} \text{Es continua en } x = 2 \text{ porque } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2).$$

Ejercicio nº 45.-

Estudia la continuidad de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 15 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \neq 4$, la función es continua.

Si $x = 4$:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-1}{3} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x^2 - 15) = 1 \\ f(4) = 1 \end{array} \right\} \text{ También es continua en } x=4 \text{ porque } \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4).$$