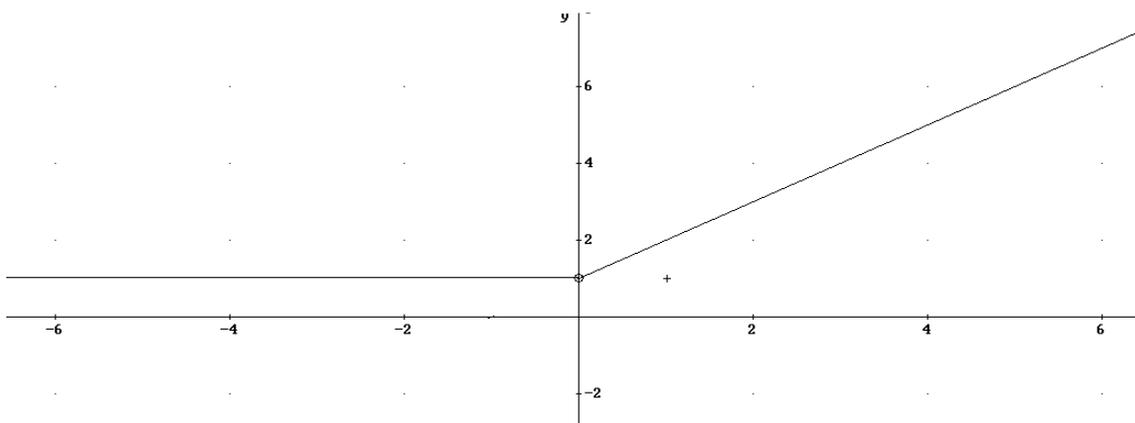


## Examen de Funciones 1º Bachillerato.

*Nota: todos los ejercicios valen lo mismo*

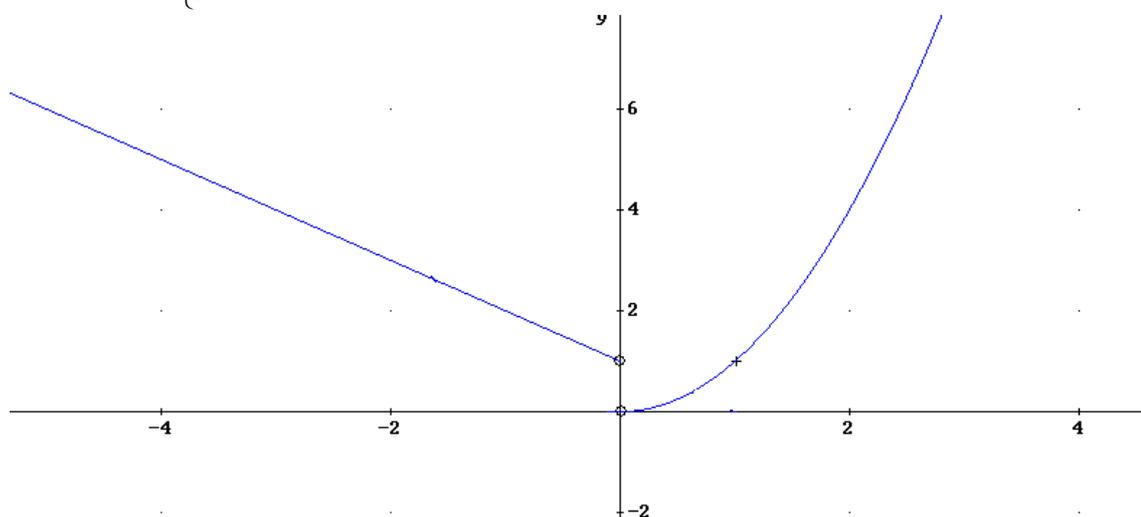
1. Representa e indica la continuidad de la siguiente función. Si tienen alguna discontinuidad, indica el valor de la discontinuidad:

a.  $g(x) = \begin{cases} x+1 & \text{si } x > 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$



Continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ . En  $x=0$  discontinuidad de tipo evitable.

b.  $h(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x > 0 \\ 1-x & \text{si } x < 0 \end{cases}$



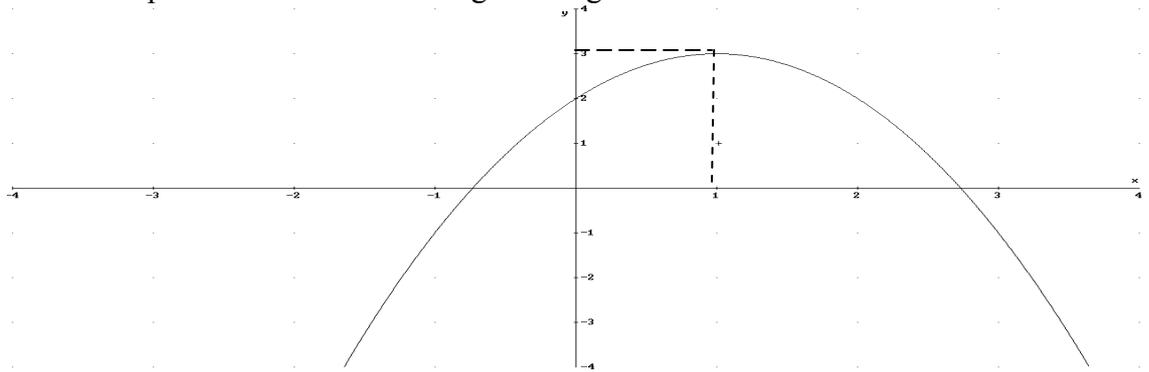
Continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ . En  $x=0$  discontinuidad de tipo no evitable de salto finito.

2. Calcular la pendiente y la ordenada en el origen y expresa así las siguientes rectas como  $y=mx+n$ :
- Pasa por los puntos (1,0), (2,2)
  - Decrece 3 unidades de y cada vez que crece 2 de x; corta el eje OY en  $y=2$ .

$$\text{a) } m = \frac{2-0}{2-1} = 2 \rightarrow y = y_0 + m(x - x_0) \rightarrow y = 0 + 2(x - 1) \rightarrow y = 2x - 2 \rightarrow n = -2$$

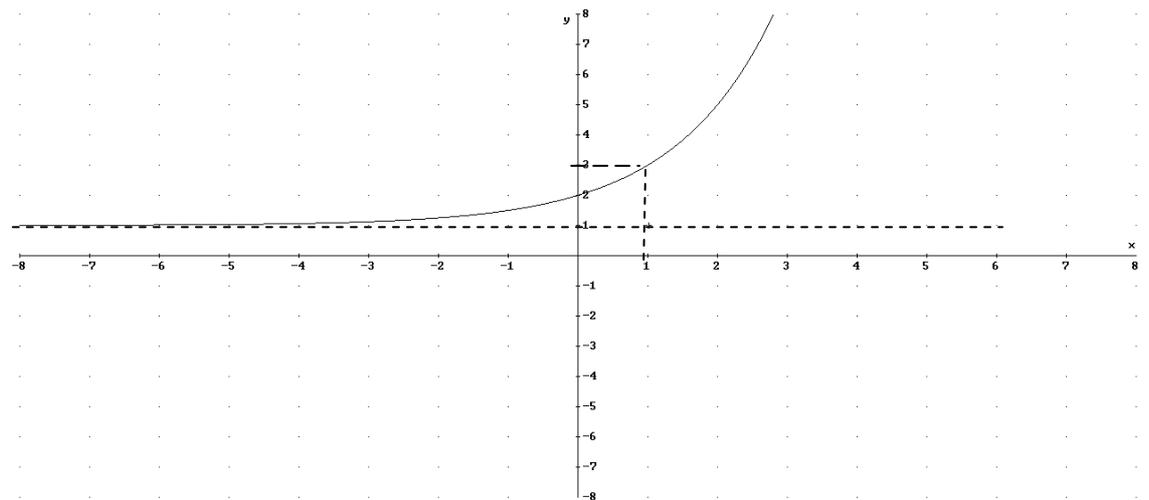
$$\text{b) } m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{3}{2}, \quad n = 2 \rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 2$$

3. Identifica la expresión analítica de las siguientes gráficas:



Es una parábola con vértice en  $V(1,3)$ , sustituyendo en  $y = y_0 + a(x - x_0)^2$  tenemos que la ecuación es  $y = 3 + a(x - 1)^2$ . Sólo nos falta calcular el valor de la  $a$ , para ello cogemos un punto que no sea el vértice, por ejemplo  $P(0,2)$  y sustituimos en la expresión algebraica:

$$2 = 3 + a(0 - 1)^2 \rightarrow a = -1 \rightarrow y = 3 - (x - 1)^2 \rightarrow y = -x^2 + 2x + 2$$



Es una exponencial con asíntota horizontal  $y=1$ , y tal que en  $x=0$  la función ha crecido una unidad respecto la asíntota luego es de la forma  $y = 1 + a^x$ . Para calcular  $a$  sólo tenemos que sustituir en algún punto de la función, por ejemplo en (1,3):

$$3 = 1 + a^1 \rightarrow a = 2 \rightarrow y = 1 + 2^x$$

4. Calcula el periodo de las siguientes funciones. Representálas en el intervalo  $[-4\pi, 4\pi]$

- a.  $f(x)=1-\text{sen}(2x)$
- b.  $g(x)=2+\text{cos}(0.5x)$

a) El periodo de las funciones trigonométricas  $y=\text{sen}(x)$ ,  $y=\text{cos}(x)$ , y  $y=\text{tg}(x)$  es  $2\pi$ . Veamos cuando el argumento,  $2x$ , da una vuelta, es decir pasa de 0 a  $2\pi$ .

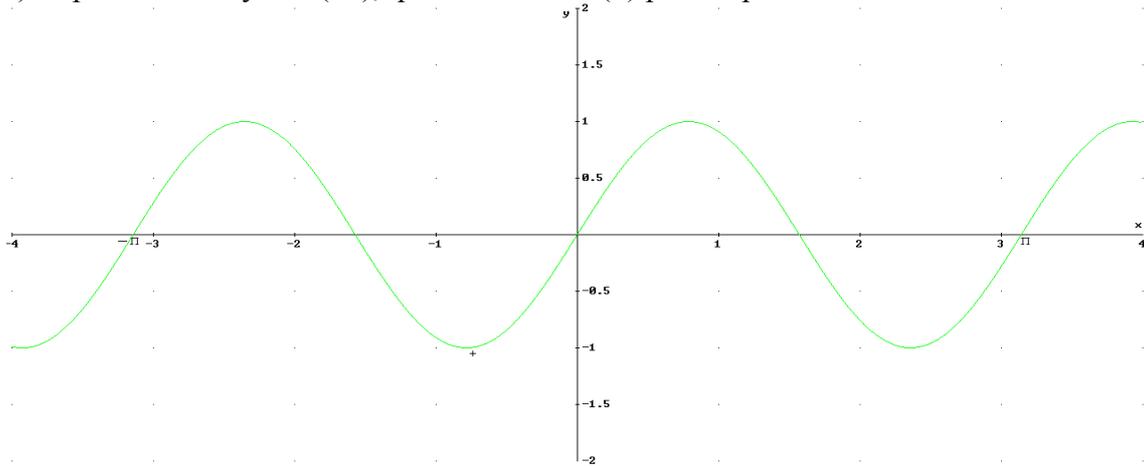
$$2x_1=0 \rightarrow x_1=0$$

$$2x_2=2\pi \rightarrow x_2=\pi$$

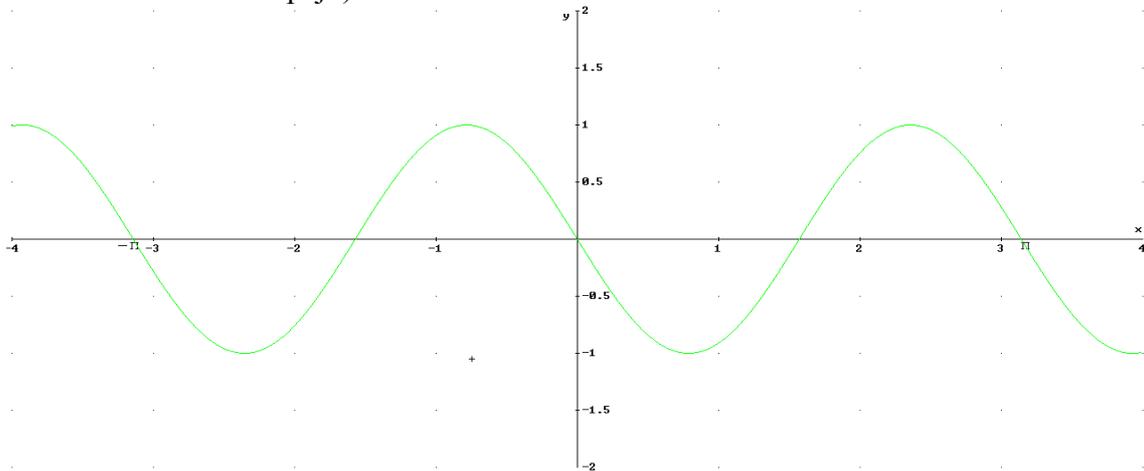
$$T=x_2-x_1=\pi-0=\pi$$

Para representarla lo haremos en varios pasos:

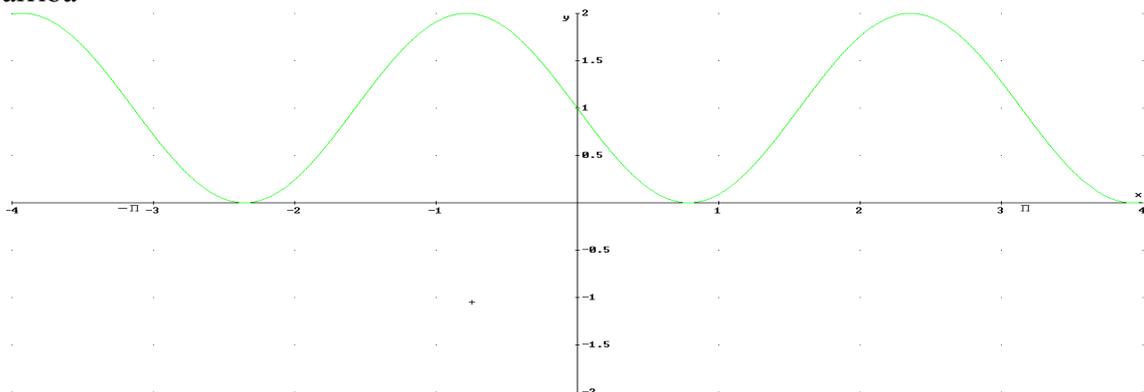
1) Representamos  $y=\text{sen}(2x)$ , que es como  $\text{sen}(x)$  pero el periodo  $\pi$ :



2) Representamos  $y=-\text{sen}(2x)$ , que es como  $\text{sen}(2x)$  pero cambiando el signo (el eje OX es como si fuera un espejo)



3) Por fin, representamos  $f(x)=1-\text{sen}(2x)$  desplazando  $y=-\text{sen}(2x)$  una unidad hacia arriba



b) El periodo de las funciones trigonométricas  $y=\text{sen}(x)$ ,  $y=\text{cos}(x)$ , y  $y=\text{tg}(x)$  es  $2\pi$ .  
 Veamos cuando el argumento,  $0.5x$ , da una vuelta, es decir pasa de 0 a  $2\pi$ .

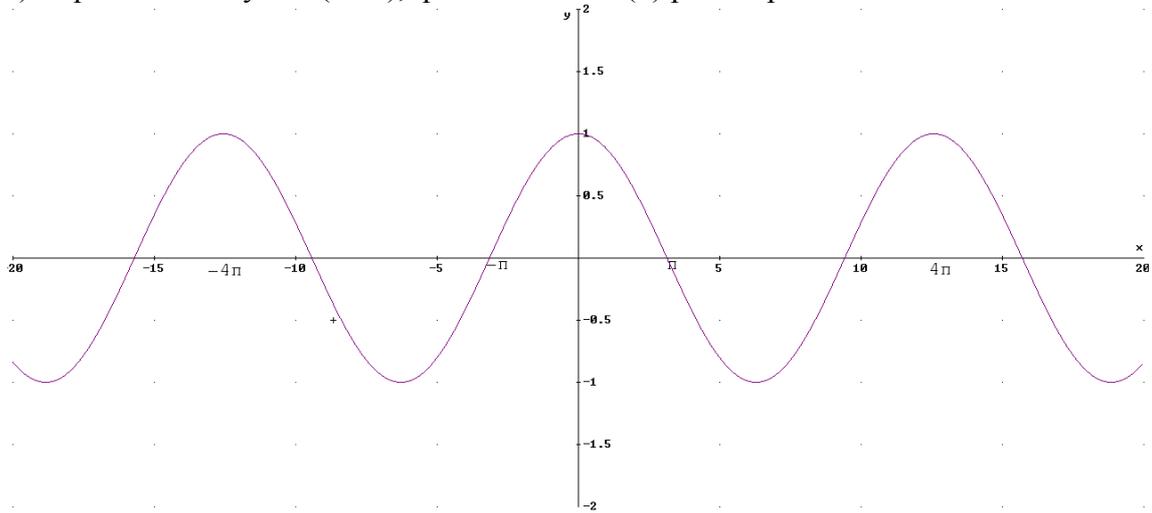
$$0.5x_1=0 \rightarrow x_1=0$$

$$0.5x_2=2\pi \rightarrow x_2=4\pi$$

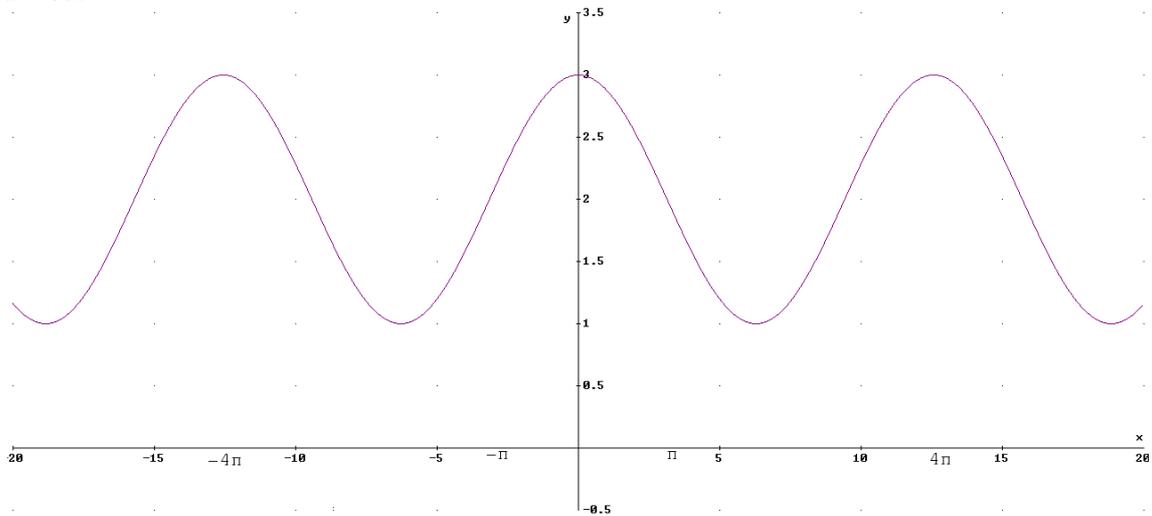
$$T=x_2-x_1=4\pi-0=4\pi$$

Para representarla lo haremos en varios pasos:

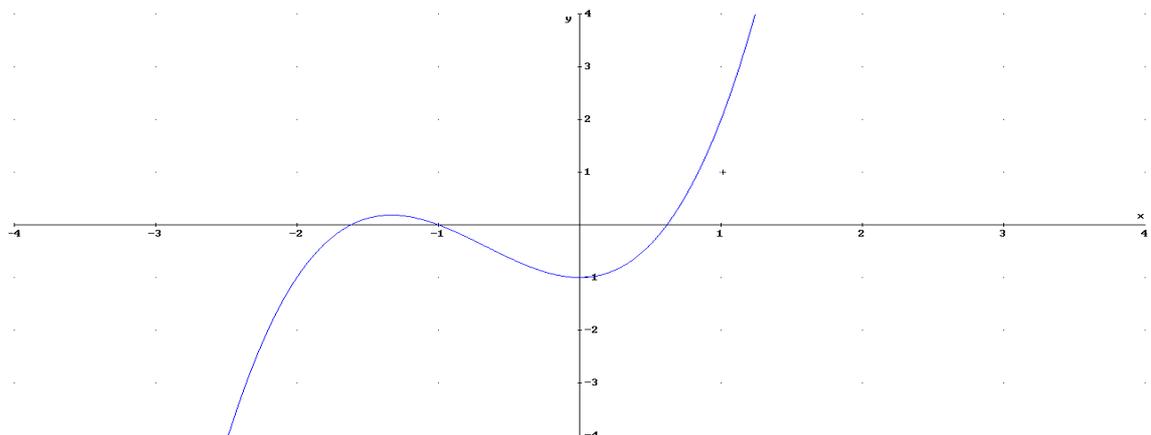
1) Representamos  $y=\text{cos}(0.5x)$ , que es como  $\text{cos}(x)$  pero el periodo  $4\pi$ :

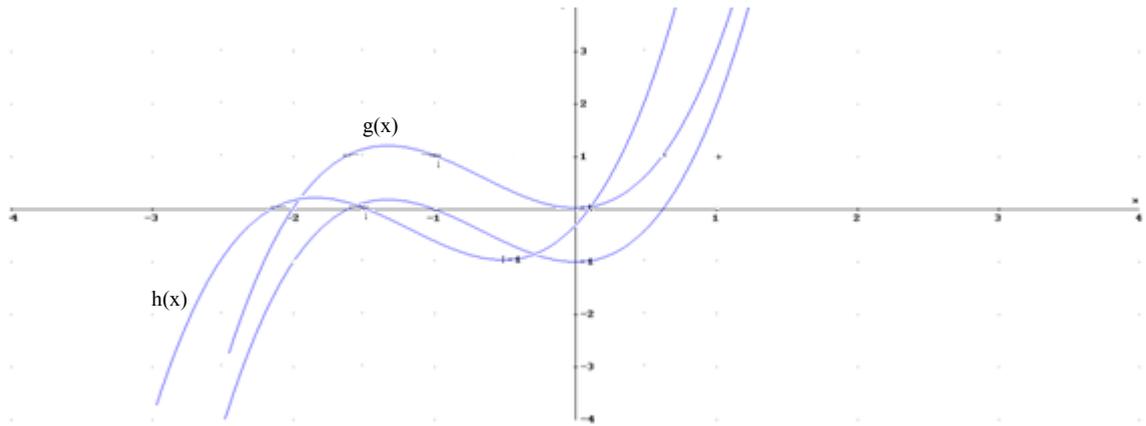


2) Representamos  $g(x)=2+\text{cos}(0.5x)$ , desplazando la gráfica anterior 2 unidades hacia arriba.

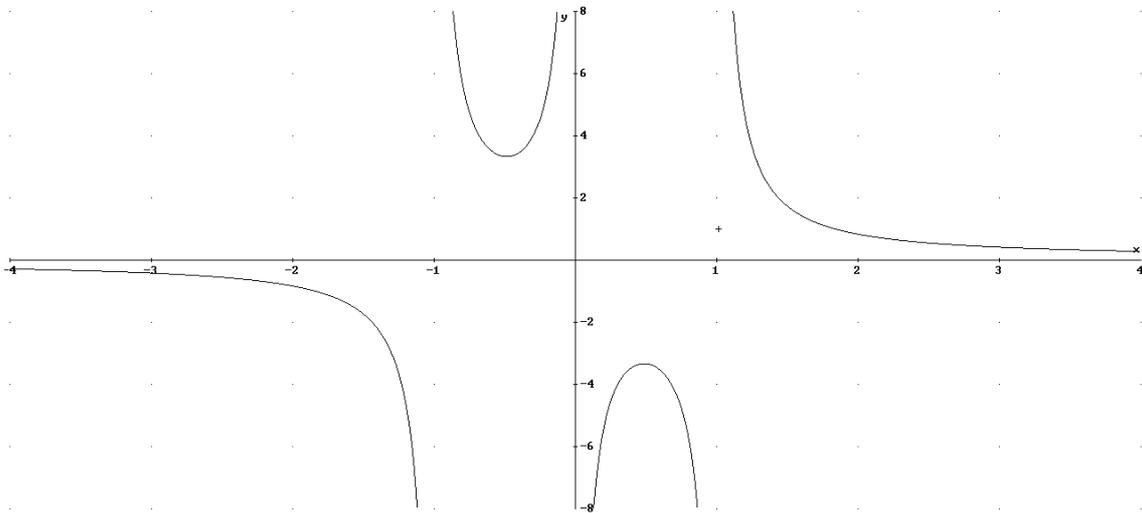


5. Dada la siguiente gráfica de  $f(x)$ , dibuja la gráfica de  $g(x)=f(x)+1$  y  $h(x)=f(x-1)$





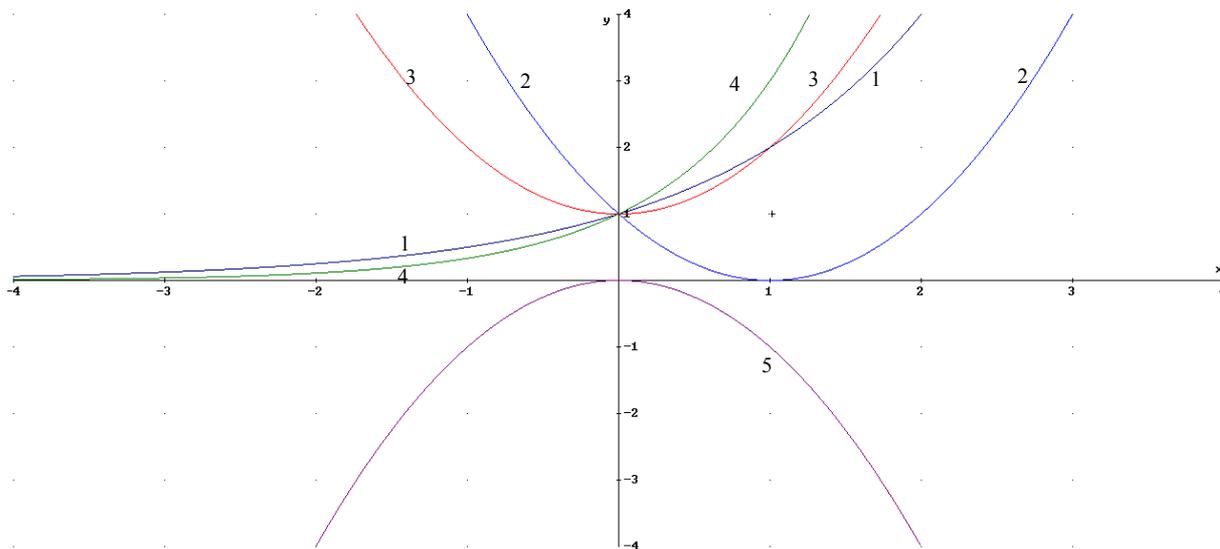
6. De la siguiente función indica: a) Dominio, b) Corte con los ejes, c) Simetrías, d) Intervalos de crecimiento y decrecimiento, e) Intervalos de Concavidad y Convexidad, f) Tendencias y Asíntotas, g) Máximos y mínimos relativos (aproximados):



- Dominio  $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$
- Cortes con los ejes: no corta
- Simetría: impar  $f(x) = -f(-x)$
- Crece en  $(-0.5, 0) \cup (0, 0.5)$  y decrece en  $(-\infty, -1) \cup (-1, -0.5) \cup (0.5, 1) \cup (1, \infty)$
- Concavidad en  $(-1, 0) \cup (1, \infty)$ , convexidad  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
- Asíntotas y tendencias:
  - Asíntota horizontal:  $y=0$
  - Asíntotas verticales:  $x=-1$ ,  $x=0$ ,  $x=1$
- Máximo  $M(-0.5, -3.5)$  y mínimo  $m(0.5, 3.5)$

7. Identifica cada gráfica con su expresión analítica:

a)  $y=1+x^2$ ; b)  $y=(x-1)^2$ ; c)  $y=-x^2$ ; d)  $y=2^x$ ; e)  $y=3^x$



a→3, b→2, c→5, d→1, e→4