

**Examen de Radicales, intervalos y polinomios (Matemáticas I)**

1. Efectúa y simplifica las siguientes expresiones (2 puntos):

$$a. \frac{\sqrt[4]{2^3} \cdot 2^{-4} \cdot \sqrt[3]{2}}{4 \cdot \sqrt{2} \cdot 2^{\frac{-5}{2}}} = \frac{2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{-4} \cdot 2^{\frac{1}{3}}}{2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{-5}{2}}} = 2^{\frac{3}{4} - 4 + \frac{1}{3} - 2 - \frac{1}{2} + \frac{5}{2}} = 2^{\frac{-35}{12}}$$

$$b. \left( \sqrt{14 + \sqrt{7 - \sqrt[4]{81}}} \right)^{-1/2} = \left( \sqrt{14 + \sqrt{7 - 3}} \right)^{-1/2} = \left( \sqrt{14 + 2} \right)^{-1/2} = 4^{-1/2} = \frac{1}{2}$$

$$c. \left( 81^{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[8]{3}}} \right) : \sqrt{3} = \left( \frac{3}{3^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{8}}} \right) : \left( 3^{\frac{1}{2}} \right) = 3^{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{8}} : 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{8}}$$

$$d. \begin{aligned} 2\sqrt[3]{16} + \frac{1}{5}\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{24} - \sqrt[6]{4} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{81} &= 2 \cdot 2\sqrt[3]{2} + \frac{4}{5}\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} + \frac{3}{3}\sqrt[3]{3} = \\ &= \left( 4 + \frac{4}{5} - 1 \right) \sqrt[3]{2} + (-2 + 1) \sqrt[3]{3} = \frac{19}{5} \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

2. Demuestra que los números siguientes son enteros y calcula dicho entero (nota: ayúdate haciendo el cuadrado).

$$a. \text{Llamemos } z = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= \left( \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} \right)^2 = 7 + 4\sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{(7 + 4\sqrt{3})(7 - 4\sqrt{3})} = \\ &= 14 + 2\sqrt{49 - 48} = 16 \rightarrow z = \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

$$b. z = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} z^2 &= \left( \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} \right)^2 = 4 + 2\sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = \\ &= 8 - 2\sqrt{16 - 12} = 4 \rightarrow z = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

3. Hallar dos números racionales positivos m y n que cumplan (nota: ayúdate haciendo el cuadrado)

$$a. \sqrt{11 + \sqrt{112}} = \sqrt{m} + \sqrt{n} \rightarrow 11 + \sqrt{112} = (\sqrt{m} + \sqrt{n})^2 \rightarrow$$

$$11 + \sqrt{112} = m + n + 2\sqrt{mn} \rightarrow 11 + \sqrt{112} = m + n + \sqrt{4mn}$$

$$\left. \begin{aligned} 11 &= m + n \\ 112 &= 4mn \end{aligned} \right\} \rightarrow m = 7, n = 4$$

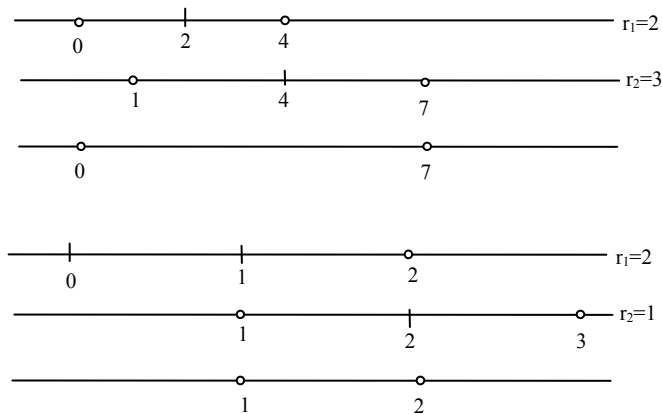
$$b. \sqrt{10 - 4\sqrt{6}} = \sqrt{m} - \sqrt{n} \rightarrow 10 - 4\sqrt{6} = m + n - 2\sqrt{mn} \rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 10 - \sqrt{96} &= m + n - \sqrt{4mn} \\ 10 &= m + n \\ 96 &= 4mn \end{aligned} \right\} \rightarrow m = 6, n = 4$$

## 4. Racionaliza:

$$\text{a. } \frac{5\sqrt{8} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \frac{(5\sqrt{8} - 3\sqrt{2})\sqrt{18}}{\sqrt{18}\sqrt{18}} = \frac{5\sqrt{144} - 3\sqrt{36}}{18} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$$

$$\text{b. } \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{\sqrt{3} - 2\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})^2}{(\sqrt{3} - 2\sqrt{5})(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})} = \frac{3 + 20 - 4\sqrt{15}}{3 - 20} = -\frac{23 - 4\sqrt{15}}{17}$$

5. Calcula el valor de los radios  $r_1$  y  $r_2$  de los siguientes entornos para que se cumplaa.  $E(2, r_1) \cup E(4, r_2) = (0, 7) \rightarrow$  Ayúdate de un dibujob.  $E^+(0, r_1) \cap E(2, r_2) = (1, 2) \rightarrow$  Ayúdate de un dibujo

## 6. Desarrolla mediante el binomio de Newton:

$$(2x - \sqrt{2})^4 = 1 \cdot (2x)^4 + 4(2x)^3(-\sqrt{2}) + 6(2x)^2(\sqrt{2})^2 + 4(2x)(-\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2})^4 =$$

$$= 16x^4 - 32\sqrt{2}x^3 + 48x^2 - 16\sqrt{2}x + 4^{\circ}$$

## 7. Factoriza el siguiente polinomio y calcula las raíces con su multiplicidad:

$$P(x) = 3x^6 + 6x^5 + 27x^4 - 6x^3 - 30x^2 = 3x^2(x+1)(x-1)(x^2+2x+10)$$

Raíces = 1, -1 son simples y 0 es raíz doble

## 8. Descompón en factores simples:

$$\frac{x^3 - x^2 - 2x - 4}{(x+1)(x+2)(x^2+x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2} + \frac{Mx+N}{x^2+x+2} = \frac{-2}{x+1} + \frac{3}{x+2} - \frac{1}{x^2+x+2}$$

$$x^3 - x^2 - 2x - 4 = A(x+2)(x^2+x+2) + B(x+1)(x^2+x+2) + (Mx+N)(x+1)(x+2)$$

$$x = -1 \rightarrow 2A = -4 \rightarrow A = -2$$

$$x = -2 \rightarrow -4B = -12 \rightarrow B = 3$$

$$x = 0 \rightarrow 4A + 2B + 2N = -4 \rightarrow -8 + 6 + 2N = -4 \rightarrow N = -1$$

$$x = 1 \rightarrow 12A + 8B + 6M + 6N = -6 \rightarrow -24 + 24 + 6M - 6 = -6 \rightarrow M = 0$$

9. Sea un polinomio de 4º grado decir si puede ser verdadero o falso las siguientes afirmaciones, en caso de ser verdadero pon un ejemplo y si es falso explica porque.

a.  $P(x)$  tiene 1 raíz doble y una simple: imposible sería de grado 3 y si añadimos otra raíz entonces no tendría solo las raíces del enunciadob.  $P(x)$  no tiene raíces: si es cierto  $P(x) = (x^2+1)(x^2+4)$