

EXAMEN DE 1º BACHILLERATO. LÍMITES Y CONTINUIDAD

1. Calcular los siguientes límites de funciones:

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt[3]{3x^6 - 5x^2 - 4}}{5x^2 - 7x + 2}$ **(0.25 puntos)**

b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 3x^2 - 5}{\sqrt{x^2 + 5}}$ **(0.25 puntos)**

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$ **(0.5 puntos)**

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}}{x^2 + x}$ **(0.5 puntos)**

e. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + 2x - 3} - 3x)$ **(0.5 puntos)**

f. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 2}{5x + 3} \right)^{3x}$ **(0.5 puntos)**

g. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{7x + 3}{2x + 1} \right)^{\frac{1}{x}}$ **(0.5 puntos)**

2. Estudiar la continuidad de la función $f(x)$. En los puntos donde sea discontinua indica que tipo de discontinuidad es.

$$f(x) \begin{cases} \frac{5}{x-5} & \text{si } x \leq 6 \\ \sqrt{x+2} & \text{si } 6 < x < 7 \\ 3 & \text{si } x > 7 \end{cases} \quad \text{(2 puntos)}$$

3. Dibujar un boceto de la función $f(x) = \frac{5x^2 - 3x}{x^2 + 4x - 5}$ a partir del cálculo de las asíntotas horizontales y verticales **(1.5 puntos)**

4. Bocetar una función, $f(x)$, que cumple las siguientes características. ¿Dónde es convergente la función?:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$, b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$, c) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = -\infty$, d) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \infty$,

e) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$, f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 5$, g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$, h) $f(0) = 0$, i) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = -2$,

j) $5 \notin \text{dom}(f(x))$ **(2 puntos)**

5. a) Demostrar que las funciones $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$ y $g(x) = x^2 + 1$ se cortan en algún punto, y decir el intervalo donde se encuentra este punto. **(0.75 puntos)**

b) ¿La función $f(x) = \frac{(x^3 - 2x + 1)}{x}$ corta al eje OX en el intervalo $(-1, 1)$? **(0.75)**

Nota: A la hora de evaluar se tendrá en cuenta la correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas