

Ejercicio 1. Se considera la curva de ecuación $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$. Halla la ecuación de la recta tangente a dicha curva en el punto de abscisa $x=1$.

Ejercicio 2. Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + a & \text{if } x < 1 \\ \frac{3}{bx} & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

Calculéanse los valores a y b para que f sea continua y derivable en todos los puntos.

Ejercicio 3. Halla la derivada de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{3x}{(1 + 2x)^3}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$

$$f(x) = \frac{\cos 2x}{3}$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{3x^2 - 1}{4x + 3}\right)$$

$$f(x) = \arctan(2^x \cdot x^2)$$

Ejercicio 4. Calcular la derivada por la definición de $f(x) = x^2 - x + 1$ en $x=0$. Calcula también la función derivada en cualquier valor x a partir de la definición.